Anleitung

zur

Rechenkunst,

und praktischen

Geometrie,

in so ferne leztere die Vermessung und Berechnung der Linien und Flächen betrifft.

Zweiter Theil,

welcher von den Gegenständen der Geometrie, von den Linien, Winkeln und Flächen, von der Aufzeichnung derselben, von dem Längenmaaße, von den verjüngten Maaßstäben, von den nöthigsten Lehrsätzen der Winkel und des Kreises, von der wirklichen Ausmessung der Linien und Flächen auf dem Felde, von der Ausrechnung der Flächen, von der Vertheilung derselben, vom Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzeln und vom Aufzeichnen der geometrischen Pläne mit 175 dem Contexte beigedruckten geometrischen Figuren handelt.

Herausgegeben

von

Lieutenant A. Pack.

Kempten, 1824.

der Text gedruckt bei A. Steinhauser, Besitzer der Roll'schen Buchdruckerei, und Buchhandlung, und die geometrischen Figuren in der lithographischen Offizin des Joseph Kösel.

Vorrede
zum zweiten Theile.

Endlich bin ich im Stande, den zweiten Theil von dem unterm 20ten November v. J. dem militärischen Publikum angekündigten Werkchen demselben zu übergeben; und ich muß mit einem bekannten teutschen Schriftsteller sagen: „Es gewährt ein eigenthümliches Vergnügen, eine eingegangene Verpflichtung erfüllen, ein gegebenes Wort lösen zu können.“ —

Schon vor einigen Monaten hätte dieser Theil erscheinen sollen; allein der Umstand, daß die geometrischen Figuren dem Texte beigedruckt wurden, nahm viel mehr Zeit in Anspruch, als ich Anfangs berechnete. Ferner wurde ich dadurch abgehalten, den Druck dieses Theiles früher zu beenden, weil ein Theil der vaterländischen Armee im Laufe des lezten Sommers zu einem Uebungslager bei Nürnberg zusammengezogen wurde, worunter auch das k. b. 11te Lin. Inf. Regiment (Freiherr von Kinkel) begriffen war, dem ich anzugehören die Ehre habe. Die Lager-Dauer mit den Vorübungen, und dem Hin- und Hermarsche nahm eine Zeit von beinahe zwei Monaten ein.

Die hier angeführten Gründe mögen und

werden das etwas verspätete Erscheinen dieses Theiles entschuldigen.

Bei dessen Bearbeitung benützte ich neben den in der Vorrede des ersten Theiles angeführten Werken, besonders die Geometrie des Herrn Mitterer, Professor in München, welches ich schon im Contexte an mehreren Stellen bemerkte, so wie auch jene des Herrn Grieser, Professor der Mathematik am k. b. Gymnasium zu Neuburg.

Was ich in der Vorrede des ersten Theiles, hinsichtlich des zweifachen Zweckes, den ich zu erreichen bemüht war, sagte, dieses muß ich hier wiederholen und die Bemerkung erneuen, daß ich die Ansichten von Sachverständigen, die mir etwa zukommen sollten, im Falle eine zweite Auflage dieses Theiles erfolgt, mit allem Danke benützen werde.

Am Schluße fühle ich mich noch verpflichtet, den gnädigsten Prinzen des königlichen Hauses, der hohen königlichen Generalität, den königlichen Regiments-Kommandos und sämmtlichen Herren Stabs- und Oberoffizieren, die mein Unternehmen unterstüzten, besonders aber auch jenen, die bei ihren Regimentern das Subscriptionswesen besorgt haben, und die Einsammlung der Subscriptions-Beträge besorgen, für ihre thätige Mitwirkung, Allen nach Standesgebühr, meinen Dank abzustatten.

Kempten,
am 1ten Dezember 1824.

Pack, Lieutenant.

Subscription.

(Fortsetzung.) Exemplare

A.

Königlich Baierische Armee.

I.

Gendarmerie.

4te Kompagnie 1

In solcher: der Herr Oberlieutenant Wagener, Kommandant des zweiten Distrikts.

II.

Infanterie.

a) Linien Infanterie Regimenter.

5tes Regiment 1

In solchem: die Regiments-Schule.

6tes Regiment 1

11tes Regiment 2

In solchem: der Herr Major Zitzmann, und der Hr. Oberlieutenant Stierlein.

b) Jäger Bataillone.

1tes Bataillon 1

In solchem: der beim Hallamte Kempten praktizirende Herr Lieutenant Adalwerth Schmidt.

III.

Artillerie.

1tes Regiment 66

In solchem: die Hern. Hauptleute: Baron v. Widnmann, Finkenauer, Roppelt, und Baron von Berchem; der Herr Oberlieutenant Lory; die Herren Lieutenante: Michaeli, und von Furtenbach; die Herren Regiments-Kadeten: Kinkelin, Harrucker, Hopfer (Feuerwerker), Lamey, von Lachemaier, v. Arthalb, Sertorius, Trifellner, Baron von Gleissenthall, Palm, Rupprecht, Plank, Preller, Dippel (Korporäle), Schwaab (Bombardeur), von Fabris,

Exemplare

von Brentano, und Schmidt (Kanoniere), dann 41 Unteroffiziere und Bombardeure ꝛc.

2tes Regiment 65

IV.

Armee-Gestüts-Inspektionen.

Bezirk Nr. 2. (Hindelang) . . . 1

Bei selbem: der Herr Verwalter Pessinger.

B.

Civil.

In Eisenburg, k. Landg. Ottobeuren . 1

Herr Martin Schneider.

In Hindelang, k. Landg. Sonthofen . 3

Herr Göhl, Adlerwirth (2), und Herr Wankenmiller, Benefiziat.

In Illereichen, k. Landg. Illertissen . 1

Herr Raff, Handelsmann.

In Kempten 2

Herr Höschel, Rentamtsschreiber, und Herr Pfeiffer, Großhändler.

In Memmingen 16

Hr. Braun, Schulpräparant; die Hrn.: M. Büchele, u. W. Büchele, Schüler der höh. Bürgerschule; Hr. Gäble, Schullehr.; Hr. Greiff, franz. Sprachlehr.; Herr Haid. Lehr. der Töchterschule; Hr. Hermann, Oberlehr.; Hr. v. Heuß, Stadtrath; Hr. Dr. Hochenegger, k. Appellationsgr. Advok.; Hr. Knoll, Baumeist. u. Magistratör.; Hr. Küchle, Subrektr.; die Hrn.: Leonhard, Mändler, Merz und Stauder, Lehrer, und Frau Weixler, Färberswittwe.

In München 12

die Jos. Lindauer'sche Buchhandlung.

In Oberjoch, k. Landg. Sonthofen . 1

Herr Kleffler, k. Nebenzolleinnehmer.

In Oberstdorf, k. Landg. Sonthofen 1

Herr Brutscher Gerichtsamtmann.

In Sonthofen 5

Hr. Hautmann, k. Schmelzmeister; Hr. Dr. Krumm, k. Landrichter; Hr. Rohner, Landgerichtsschreib.; Hr. Schaflitzl, Handelsm. u. Hr. Wohnlich, Lgrtsschbr.

Inhalt.

Vorbegriffe.

Vorläufige Erklärungen . . Seite 1. §. 1 bis §. 4.

I. Hauptstück.

Von den Gegenständen der Geometrie, von den Linien, Winkeln und Flächen, von der Aufzeichnung derselben, von dem Längenmaaße, von den verjüngten Maaßstäben, und von den nöthigsten Lehrsätzen der Winkel und des Kreises.

I. Abschnitt. Von den Gegenständen der Geometrie, von den Linien, Winkeln und Flächen.

Erklärungen über die Gegenstände der Geometrie . . . . . S. 5. §. 5.
Von den Linien . . . S. 7. §. 6.
Eintheilung des Kreises . . S. 11. §. 7.
Von den Winkeln . . . S. 12. §. 8.
Von den Flächen . . . S. 16. §. 9.

II. Abschnitt. Von der Aufzeichnung der Linien, Winkel und Flächen, von dem Längenmaaße, und von den verjüngten Maaßstäben.

Von der Aufzeichnung der Linien und Winkel . . . . . S. 22. §. 10.
Von der Aufzeichnung der Flächen S. 27. §. 11.
Von dem Längenmaaße . . S. 38. §. 12.
Von dem verjüngten Maaßstabe . S. 39. §. 13.

III. Abschnitt. Von den nöthigsten Lehrsätzen der Winkel . . . S. 41. §. 14 — §. 27.
IV. Abschnitt. Von den nöthigsten Lehrsätzen des Kreises . . . S. 58. §. 28 — §. 34.

II. Hauptstück.

Von der wirklichen Ausmessung der Linien und Flächen auf dem Felde, von der Ausrechnung der Flächen, von der Vertheilung derselben, vom Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzeln, nebst einer Anweisung geometrische Pläne aufzuzeichnen.

I. Abschnitt. Von der wirklichen Ausmessung der Linien, Winkel und Flächen auf dem Felde . . S. 71. §. 35 — §. 60.
II. Abschnitt. Von der Ausrechnung der Flächen . . . S. 92. §. 61 — §. 71.
III. Abschnitt. Von der Vertheilung der Flächen . . . S. 103. §. 72 — §. 79.
IV. Abschnitt. Vom Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzeln . S. 109. §. 80 — §. 83.
V. Abschnitt. Von der Aufzeichnung der geometrischen Pläne . S. 124. §. 84 — §. 86.

Vorbegriffe.

§. 1.
Von den Grundsätzen.

Grundsätze sind diejenigen Sätze, deren Wahrheit schon einleuchtet, sobald man nur den Sinn derselben gefaßt hat; z. B. „das Ganze ist größer als ein Theil desselben.“

Die Grundsätze bedürfen keines Beweises, da ihre Wahrheit schon an und für sich einleuchtend ist; man heißt sie deßwegen Grundsätze, weil sie bei den Beweisen für die Wahrheit anderer Sätze zum Grunde gelegt werden.

§. 2.
Von den Lehrsätzen und Beweisen.

Lehrsätze sind diejenigen Sätze, deren Wahrheit, wenn man auch die Worte versteht, nicht sogleich eingesehen wird, und also aus anderen Wahrheiten abzuleiten ist; z. B. im Dreiecke haben alle 3 Winkel zusammen 180 Grade; wenn ich auch weiß, was ein geradlinigtes Dreieck, was ein Winkel ist, so sehe ich doch gleich unmittelbar nicht ein, warum die 3 Winkel zusammen genommen nicht mehr und nicht weniger als 180 Gra-

de halten können; die Wahrheit dieses Satzes muß also bewiesen werden.

Etwas beweisen, oder demonstriren (vom lateinischen Verbum „demonstro") heißt aber eben so viel, als zeigen, und aus Grundsätzen, oder anderen schon als wahr erwiesenen Sätzen darthun, daß dasjenige wahr und richtig sei, was durch den Lehrsatz ausgesprochen ist.

Der Beweis ist daher nichts anderes, als die Darstellung der Wahrheit eines Satzes aus andern schon bekannten Wahrheiten.

§. 3.
Von den Zusätzen.

Zusätze sind diejenigen Sätze, die aus anderen unmittelbar, oder durch leichtere Schlüße hervorgehen; z. B. wenn ich einmal weiß, daß die 3 Winkel eines Dreieckes 180 Grade haben, so folgt nun daraus unmittelbar, daß die 2 spitzigen Winkel im rechtwinklichten Dreiecke 90 Grade haben, weil der rechte Winkel auch 90 Grade hat, und zweimal 90 zur Summe 180 giebt; ein solcher Saz wird ein Zusaz genannt.

§. 4.
Einige Grundsätze.

1) Jede Größe ist sich selbst gleich, oder $A = A$; z. B. $8 = 8$.

2) Das Ganze ist seinen Theilen zusammen genommen gleich; z. B. 12 ist eben so viel, als 8 und 4.

3) Das Ganze ist größer, als ein oder nur einige Theile desselben, z. B. ein Gulden ist mehr, als ein halber Gulden, oder 1 fl. $>$ $\frac{1}{2}$ fl.

4) Zwei Größen, die einer dritten gleich sind, sind auch unter sich gleich; d. i. wenn $A = B$ und $A = C$, so ist auch $B = C$; z. B. $6 = 5 + 1$, $6 = 4 + 2$, also ist auch $5 + 1 = 4 + 2$.

5) Was größer ist, als eine von zwei gleichen Größen, ist auch größer, als die andere; wenn $A > B$, und $B = C$, so ist $A > C$; z. B. $8 > 6$, und $6 = 4 + 2$, also ist auch $8 > 4 + 2$.

6) Was kleiner ist, als eine von zwei gleichen Größen, ist auch kleiner, als die andere; d. i., wenn $A < B$, $B = C$, so ist $A < C$; z. B. $9 < 12$; $12 = 8 + 4$; also ist auch $9 < 8 + 4$.

7) Was größer ist, als die größere von zwei ungleichen Zahlen, ist auch größer als die kleinere, d. i., wenn $A > B$, $B > C$, so ist auch $A > C$; z. B. $8 > 7$, $7 > 4$, also ist auch $8 > 4$.

8) Was kleiner ist, als die kleinere von zwei ungleichen Zahlen, ist auch kleiner, als die größere; wenn $A < B$, $B < C$, so ist auch $A < C$; z. B. $3 < 4$, $4 < 5$, also ist auch $3 < 5$.

9) Gleiches auf gleiche Art verändert, giebt wieder Gleiches; hingegen Gleiches auf ungleiche Art, oder Ungleiches auf gleiche Art verändert, giebt Ungleiches.

10) Kongruente Dinge sind vollkommen einerlei, und lassen sich daher für einander substituiren, gleichwie gleiche Größen für einander in Rücksicht ihrer Gleichheit, und ähnliche für einander in Rücksicht ihrer Aehnlichkeit gesezt werden können.

Anmerkung: Zwei Flächen können ihrem Inhalte nach gleich sein, ohne daß sie einander ähnlich sind; denn ein Quadrat kann die nämliche Flächen-Größe in sich enthalten, als ein länglichtes Viereck, oder auch als ein Dreieck. Gleich und ähnlich (kongruent) sind sie nur dann, wenn sie einander vollkommen decken. Daher kongruente Figuren immer von einerlei Gattung sein müssen, weil Dreiecke nie Vierecke und diese nie Vielecke decken können, wozu eine vollkommene Gleichheit der Linien und Winkel erfordert wird. Aehnlich sind sie, wenn nur die Winkel einander gleich sind, und die gleichnamigen Linien mit einander im Verhältnisse stehen. Zwei Quadrate, zwei Kreise und zwei gleichseitige Dreiecke, wenn ihre Größe verschieden ist, sind einander ähnlich.

I. Hauptstück.

Von den Gegenständen der Geometrie, von den Linien, Winkeln und Flächen, von der Aufzeichnung derselben, von dem Längenmaaße, von den verjüngten Maaßstäben, und von den nöthigsten Lehrsätzen der Winkel, und des Kreises.

I. Abschnitt.

Von den Gegenständen der Geometrie, von den Linien, Winkeln und Flächen.

§. 5.

Erklärungen über die Gegenstände der Geometrie.

a) Die Geometrie ist die Wissenschaft stetiger ausgedehnter Größen, und handelt von der Größe und Ausmessung der Linien, Flächen und Körper.

Anmerkung: 1) Stetige Größen sind solche, deren Theile so zusammenhängen, daß beim Aufhören des einen Theiles der Anfang des andern gesezt ist. Ausgedehnte Größen sind jene, deren Theile außerhalb einander liegen; z. B. ein Soldat hat 6 Jahre gedient, und läßt sich neuerlich, ohne daß er seinen Abschied nimmt,

auf 6 Jahre engagiren (reengagiren), und tritt erst dann von der Armee aus, wenn er die zweiten 6 Jahre (die zweite Kapitulation) gedient hat, so ist seine 12 jährige Dienstzeit eine stetige Größe; würde er aber, nachdem er 6 Jahre gedient hat, ausgetreten, und z. B. 2 Jahre in das bürgerliche Leben zurückgegangen sein, und sich nach Verlauf dieser 2 Jahre wieder auf 6 Jahre haben anwerben lassen, so wäre seine 12 jährige Dienstzeit eine ausgedehnte Größe, weil in diesem Falle die zweite Kapitulation nicht mit dem Aufhören der ersten, sondern erst um zwei Jahre später begonnen hätte.

Wenn z. B. ein Bauer zwei Aecker hat, die unmittelbar zusammenstoßen, so ist der Raum, den die zwei Aecker einnehmen, eine stetige Größe, wäre aber zwischen diesen beiden Aeckern ein Acker, der einem andern Bauer gehörte, so würden die beiden Aecker des erstern eine ausgedehnte Größe haben.

2) Außer der Zeit und dem Raume giebt es keine stetige ausgedehnte Größe. Die Ausdehnung der Zeit läßt sich räumlich durch eine gerade Linie darstellen; folglich kann man die Geometrie auch die Wissenschaft des Raumes nennen.

b) Betrachtet man eine Sache bloß nach ihrer Länge, so hat man eine Linie (Fig. 1.).

Fig. 1.

Betrachtet man sie nach ihrer Länge und Breite, so hat man eine Fläche (Fig. 2.).

Fig. 2.

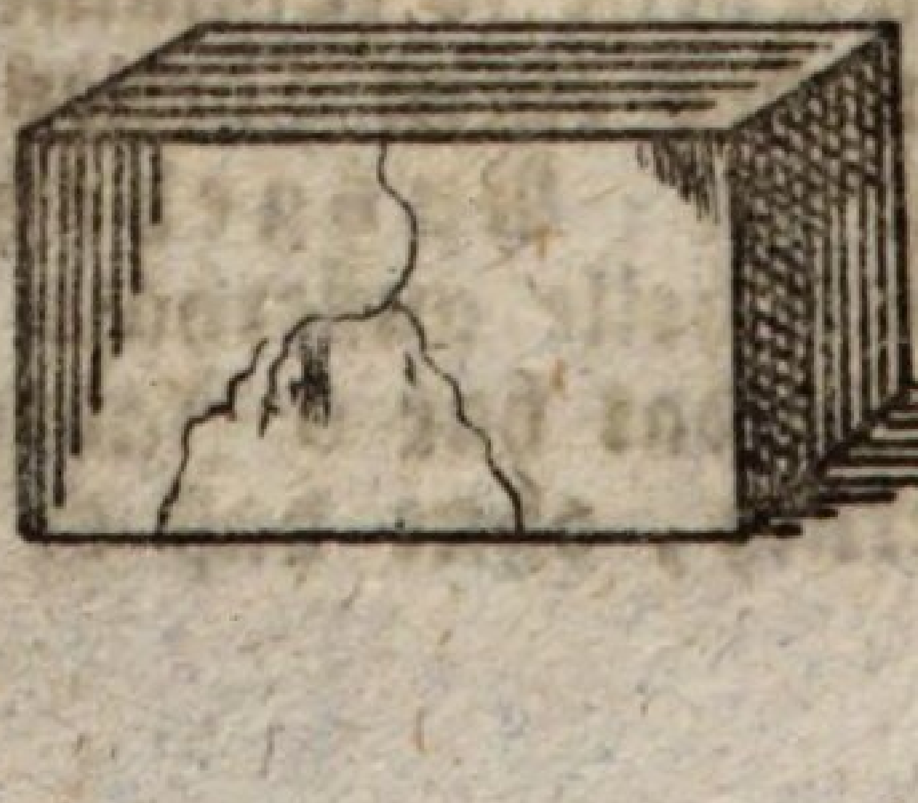


Fig. 3.

Kommt zur Länge und Breite auch noch die Dicke, Höhe oder Tiefe, so giebt dieses einen Körper (Fig. 3.).

c) Linien, Flächen und Körper sind also die Gegenstände der Geometrie.

Anmerkung: Kein Körper besteht aus Flächen, keine Fläche aus Linien, keine Linie aus Punkten; denn die Grenzen sind nur das Aeußerste, wo etwas aufhört, woraus nichts besteht.

Geometrische Punkte als Grenzen der Linie sind ohne Ausdehnung, — untheilbar.

Geometrische Körper, Flächen, Linien und Punkte existiren nur im Vorstellungsvermögen, daher diejenigen Linien und Punkte, die wir auf dem Papier bemerken, nur ein Bild ihrer reinen Verstandesanschauung sind.

d) Die Ausmessung der Linien nennt man die Longimetrie; die Ausmessung der Flächen die Planimetrie; diese beide zusammen die Geodäsie; und die Ausmessung der Körper die Stereometrie.

§. 6.

Von den Linien.

a) Linien giebt es zweierlei:

Fig. 4. Fig. 5.

Gerade (Fig. 4.) und krumme (Fig. 5.).

Die geraden Linien erhalten nach ihrer Lage verschiedene Benennungen, als:

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

1) Senkrechte — Perpendikuläre (Fig. 6.), welche nach der Richtung des Senkbleies gezogen werden, und sich weder mehr zur rechten noch zur linken Seite wenden.

2) Wagrechte — Horizontale (Fig. 7.), die nach der Richtung des Wagebalkens sich weder mehr aufwärts noch abwärts neigen.

3) Schiefe (Fig. 8.), die eine Neigung seitwärts, auf- oder abwärts haben.

Anmerkung: Eine gerade Linie ist eine solche, in welcher alle Theile einerlei Richtung haben; sie entsteht, wenn sich ein Punkt immer in der nämlichen Direktion fortbewegt. Eine krumme Linie ist jene, die nicht gerade ist.

b) Parallellinien (Fig. 9.) nennt man zwei gerade Linien, welche in allen ihren Theilen gleich weit von einander entfernt sind.

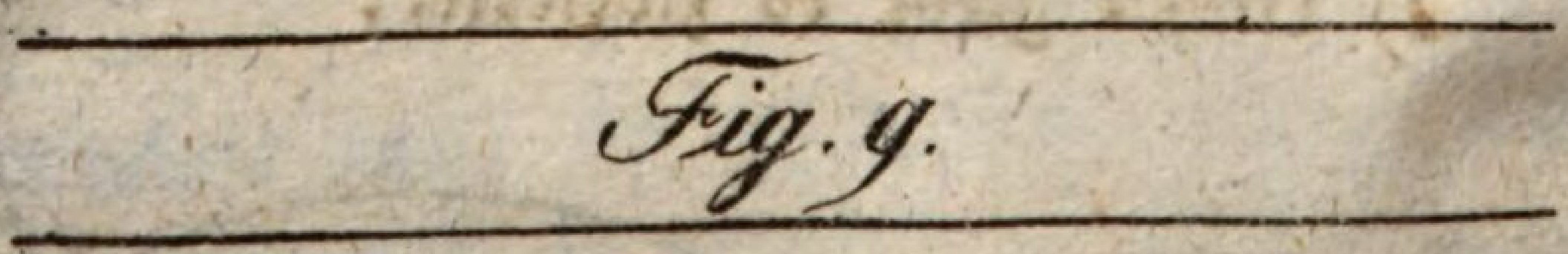


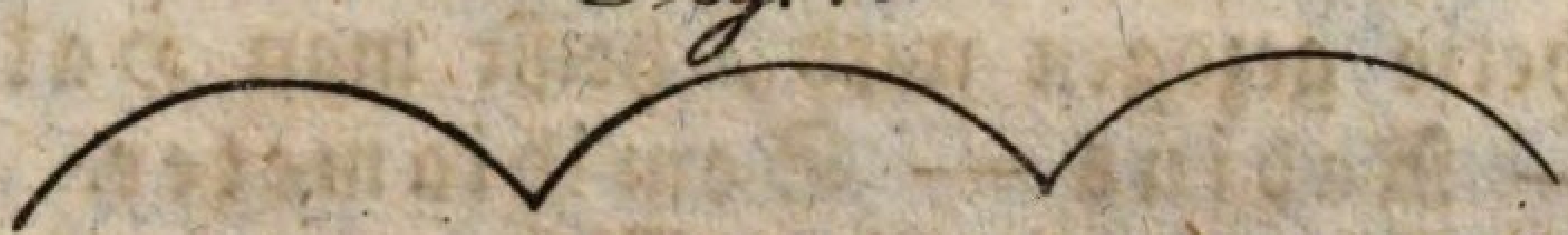
Fig. 9.

c) Eine Linie heißt eine gerad gebrochene, oder gebrochene gerade Linie (Fig. 10.), wenn sie aus verschiedenen geraden Linien zusammengesezt ist.

Fig. 10.

d) Eine Linie, welche aus verschiedenen krummen Linien zusammengesezt ist (Fig. 11.), heißt eine krumm gebrochene, oder gebrochene krumme Linie.

Fig. 11.

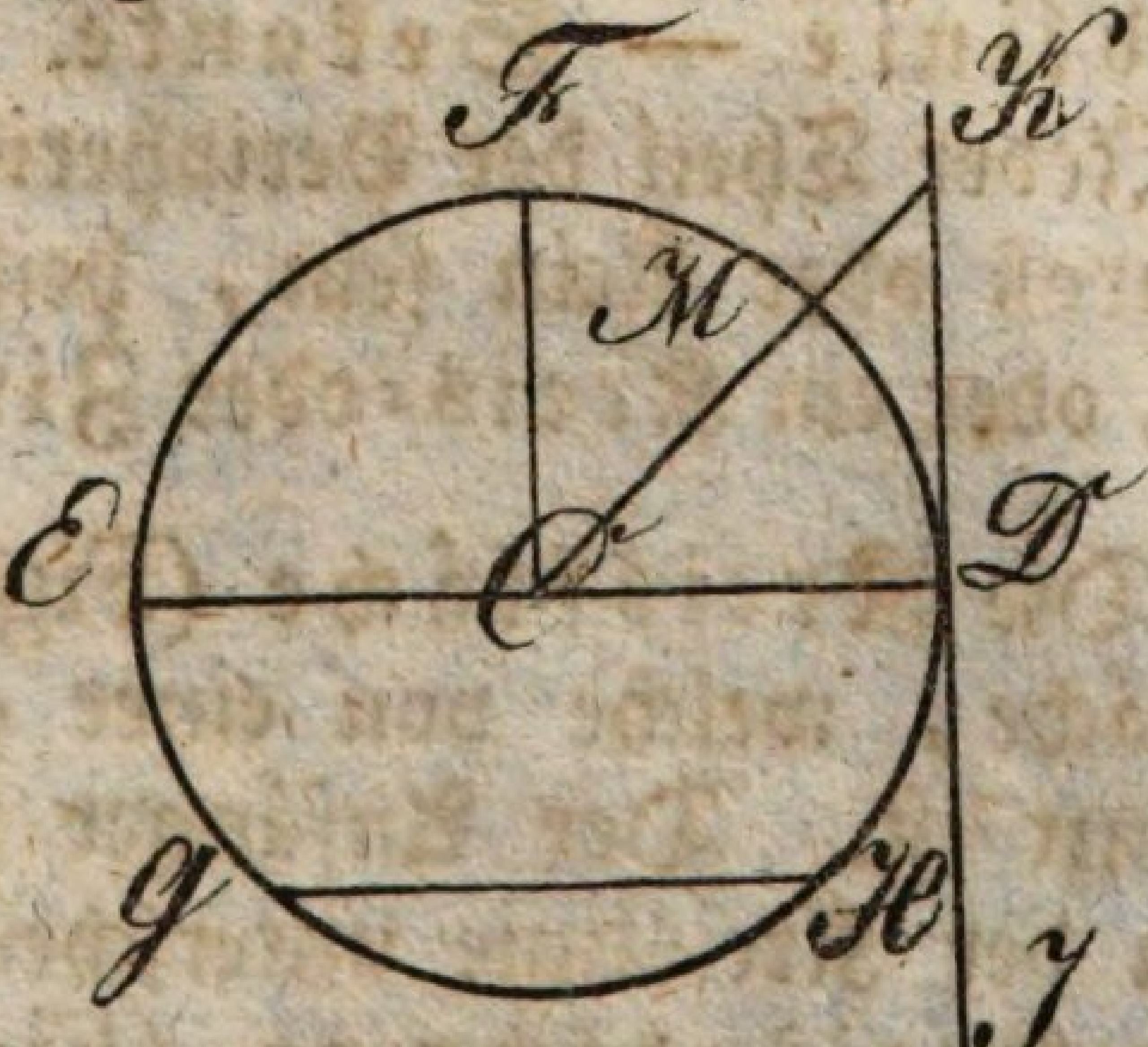


e) Endlich wird eine Linie eine gemischte Linie genannt (Fig. 12), wenn sie aus geraden und krummen Linien zusammengesezt ist.

Fig. 12.

f) Krumme Linien giebt es vielerlei, wovon aber nur die Kreislinie (Fig. 13.) in der Elementar-Geometrie vorkömmt; sie wird in selber zur Zeichnung der meisten Figuren gebraucht.

Fig. 13.



1) Die Kreislinie entsteht, wenn sich

eine in sich selbst wieder zurückkehrende Linie um einen innerhalb liegenden festen Punkt C (Fig. 13.) in beständig gleicher Entfernung herum bewegt.

2) Die krumme Linie heißt Umkreis — Peripherie.

3) Der innerhalb liegende feste Punkt C Mittelpunkt — Zentrum.

4) Jede gerade Linie, als die Linien EC, CF, CD, welche vom Mittelpunkte bis zur Peripherie gezogen wird, heißt man Halbmesser — Radius — Semidiameter.

5) Eine gerade Linie GH von einem Punkte der Peripherie bis zu einem andern Punkte derselben nennt man Sehne — Korde.

6) Geht die Sehne durch den Mittelpunkt des Kreises, als wie die Linie ECD, so heißt sie Durchmesser — Diameter.

7) Jede Linie die den Umkreis berührt, z. B. die Linie IK, nennt man eine Berührungslinie — Tangente.

8) Die Linie CM, welche, wenn sie verlängert wird, die Tangente schneidet, heißt Schneidlinie — Sekante.

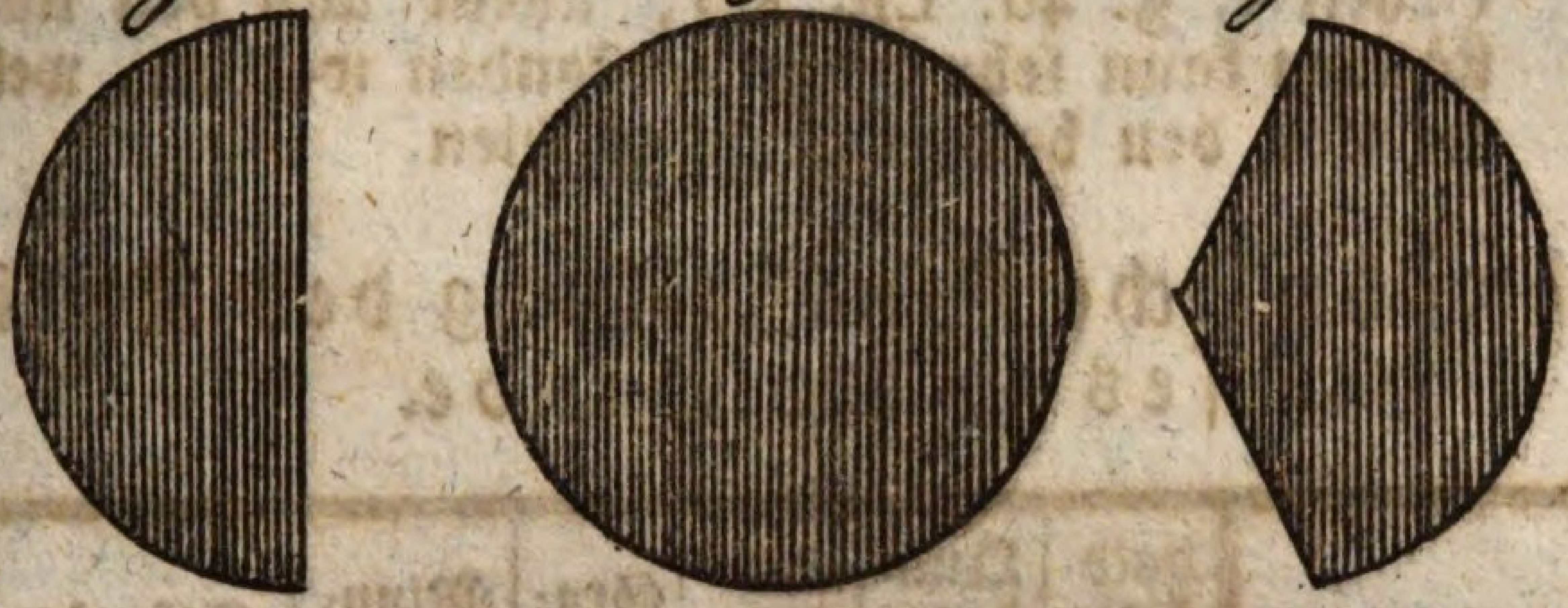
9) Jeder Theil der Peripherie, z. B. EF, er mag groß oder klein sein, heißt ein Bogen derselben, oder ein Kreis- oder Zirkel-Bogen.

g) Die Kreisfläche (Fig. 14.) ist diejenige Fläche, welche von einer ganzen Kreislinie begrenzt ist. Der Anfänger soll diese Fläche wohl von der Kreislinie unterscheiden.

Der Kreisabschnitt (Fig. 15.) ist ein Theil der Kreisfläche zwischen der Sehne und

ihrem Bogen; der Kreisausschnitt (Fig. 16.) aber ein Theil derselben zwischen zwei Halbmessern und ihrem Bogen.

Fig. 15. Fig. 14. Fig. 16.



Anmerkung: 1) Kreislinien macht man mit dem Zirkel.

2) Der Durchmesser ist die größte Sehne, welche die Kreislinie und Kreisfläche (den Kreis) in 2 gleiche Theile theilt.

§. 7.

Eintheilung des Kreises.

a) Gewöhnlich wird die Kreislinie in 360 gleiche Theile, welche Grade genannt werden, eingetheilt. Ein Grad wird dann in 60 gleiche Theile, welche Minuten, eine Minute in 60 gleiche Theile, welche Sekunden genannt werden, eingetheilt.

b) Die Hälfte der Kreislinie heißt man Halbkreis, den 4ten Theil Quadranten und den 6ten Sextanten. Es hat demnach zufolge der gewöhnlichen Eintheilung ein Halbkreis 180, ein Quadrant 90, und ein Sextant 60 Grade.

c) Man bezeichnet Grade, Minuten und Sekunden dadurch, daß man rechts oben an die Zahlen die Zeichen „° ′ ″“ setzet, so heißt z. B.

15° 48′ 36″ eben so viel, als „15 Grade, 48 Minuten und 36 Sekunden."

Anmerkung: Diese Zeichen sind zwar die nämlichen, wie bei den Ruthen, Fuß und Zoll (Theil I. §. 46. Lit. k.); allein aus den Umständen kann sehr leicht verstanden werden, welche von den beiden gemeint seien.

Gewöhnliche Eintheilung des Kreises zu 360 Grade.

	Halbkreise	Quadranten	Sextanten	Grade	Minuten	Sekunden
1 Kreislinie hält	2	4	6	360	21600	1′296.000
1 Halbkreis =	—	2	3	180	10800	648 000
1 Quadrant =	—	—	1 ½	90	5400	324 000
1 Sextant =	—	—	—	60	3600	216 000
1 Grad =	—	—	—	—	60	3 600
1 Minute =	—	—	—	—	—	60

Anmerkung: In Frankreich wird die Kreislinie in 4 gleiche Theile oder Quadranten, ein Quadrant in 100 Grade, 1 Grad in 100 Minuten, und eine Minute in 100 Sekunden, mithin die ganze Kreislinie in 400 gleiche Theile, welche Grade genannt werden, eingetheilt.

§. 8.

Von den Winkeln.

a) Wenn zwei gerade Linien zusammenstossen, so machen sie bei ihrem Zusammenstossungs=

Punkte einen Winkel; daher bilden (Fig. 17.) die beiden Linien AB und BC einen Winkel; die beiden Linien AB und BC heißen die Schenkel, und der Punkt B, in welchem diese Linien zusammenstoßen, heißt der Scheitel.

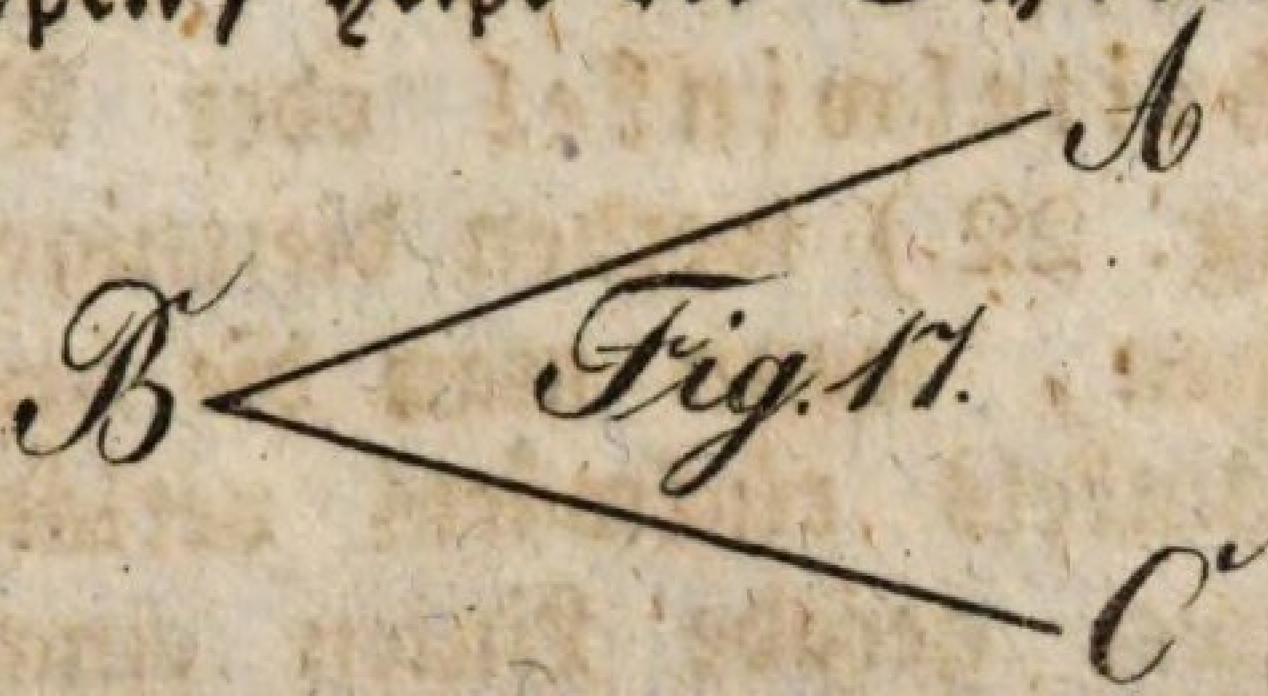


Fig. 17.

b) Winkel giebt es dreierlei: rechte (Fig. 18.), spitzige (Fig. 19.) und stumpfe (Fig. 20.). Stößt eine gerade Linie so auf eine andere, daß sie sich weder mehr zur rechten noch zur linken Seite wendet, so giebt dieses einen rechten Winkel, welches allemal geschieht, wenn eine Senkrechte auf eine Wagrechte stößt. Ist der Winkel größer, als ein rechter, so nennt man ihn einen stumpfen, ist er aber kleiner, als ein rechter, so wird er ein spitziger Winkel genannt.

Fig. 18. Fig. 19. Fig. 20.

c) Zwei Winkel (Fig. 21.), die einen Schenkel gemeinschaftlich und die andern zwei auf einer geraden Linie haben, nennt man Nebenwinkel, wie M und N.

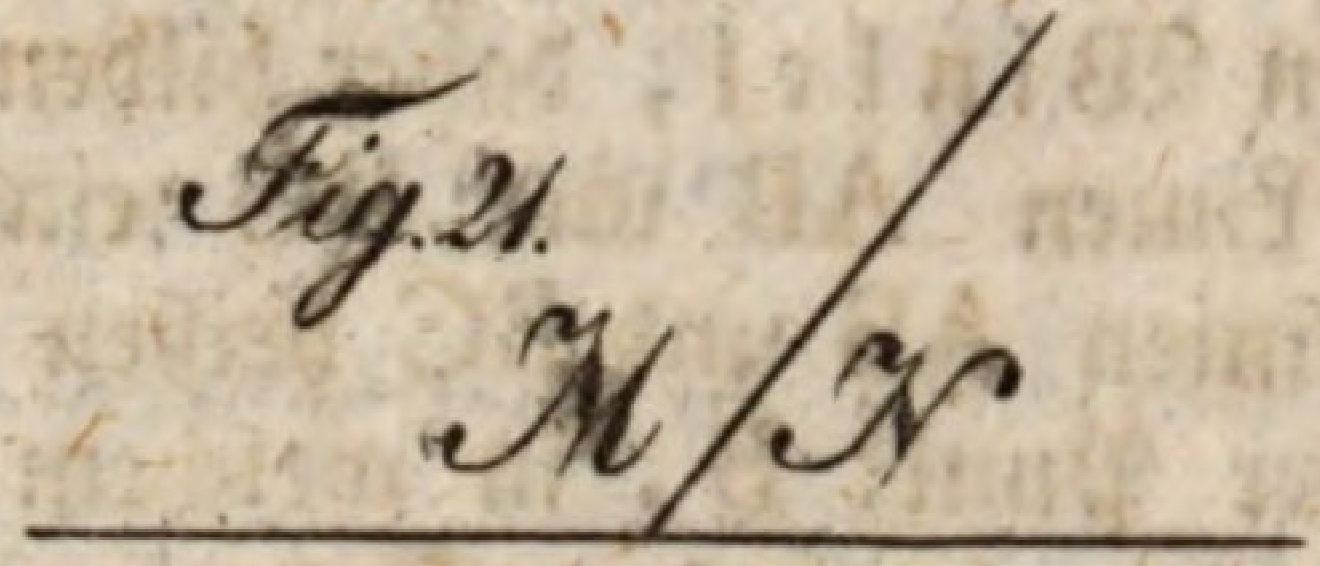


Fig. 21.

d) Scheitelwinkel oder Vertikalwinkel (Fig. 22.) werden diejenigen genannt, welche entstehen, wenn man die beiden Schenkel eines Winkels rückwärts verlängert, oder wenn sich zwei gerade Linien einander durchschneiden. So sind M und O, und N und X Scheitelwinkel.

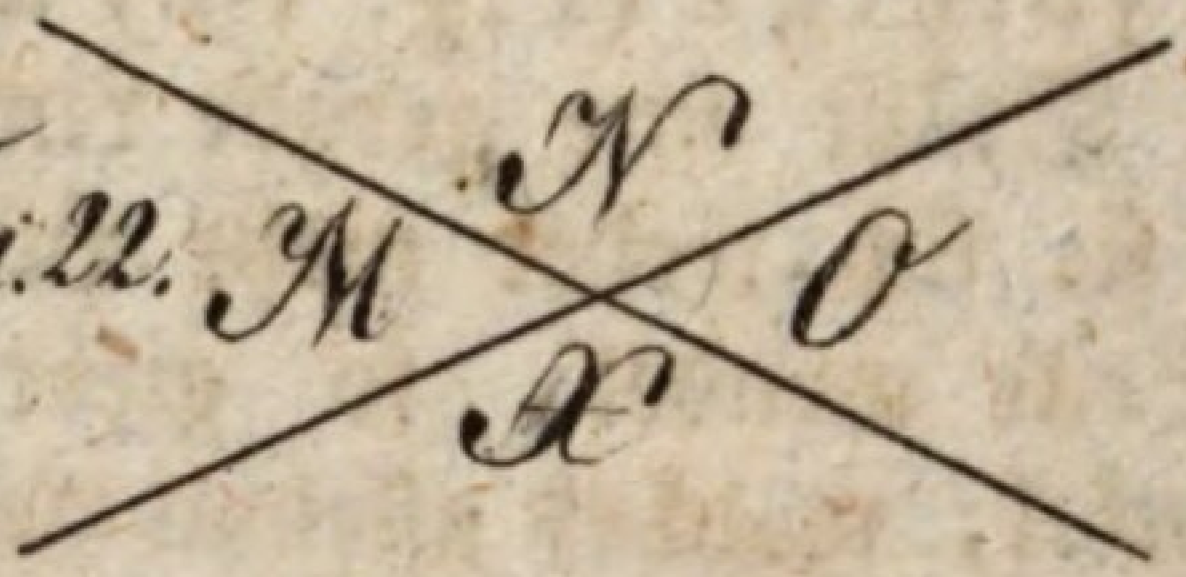


Fig. 22.

e) Da jeder Kreis, er mag klein oder groß sein, in 360° eingetheilt wird, so ist (Fig. 23.) der Bogen ab nicht minder, als der Bogen AB das Maaß des Winkels ABC, indem die Größe der Winkel nicht von der Länge der Schenkel, sondern von ihrer Neigung abhängt, und die Zahl der Grade von ab so groß ist, als jene von AB.

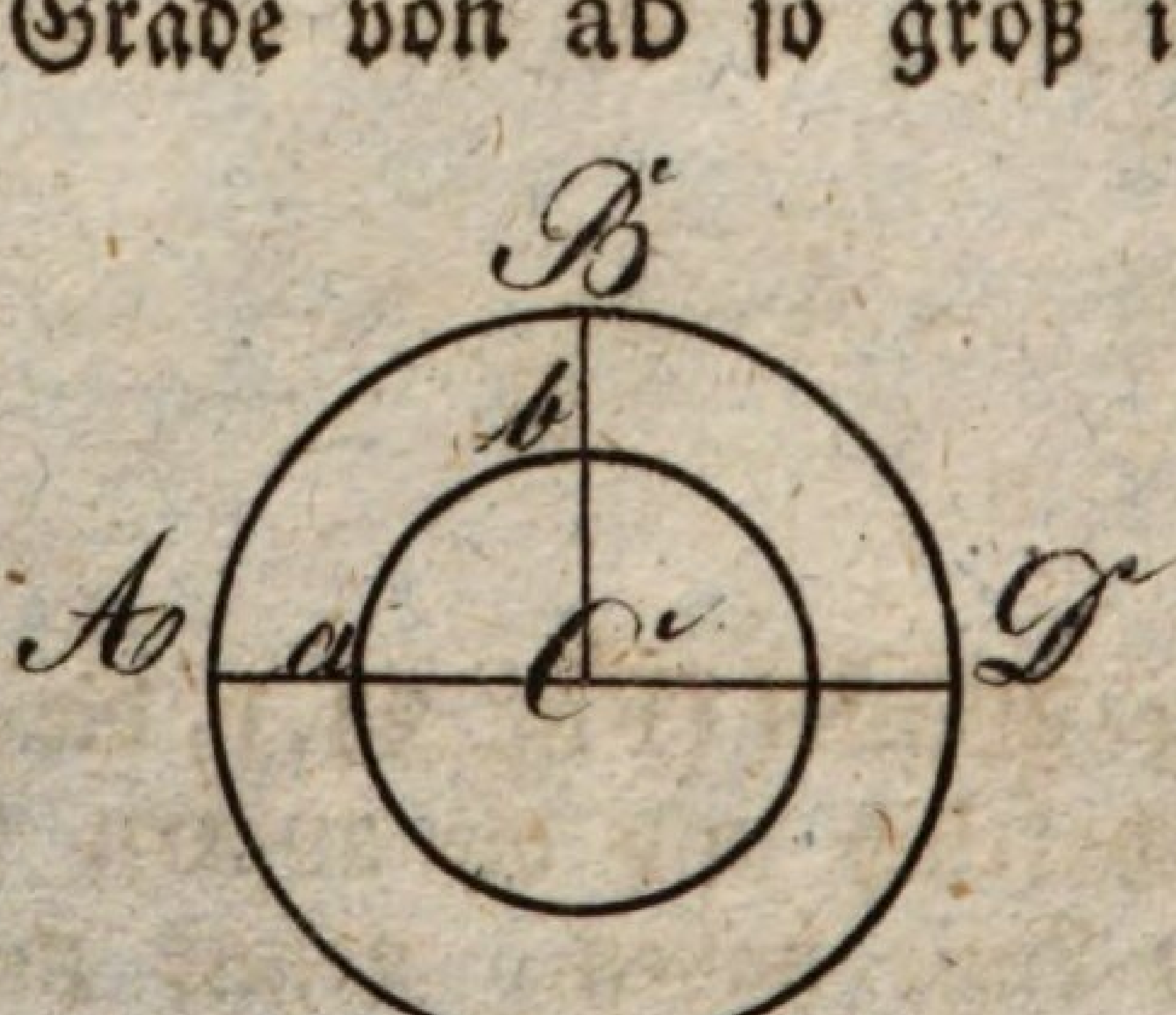


Fig. 23.

f) Alle Winkel um einen Punkt C (Fig. 23.) haben 360°; alle Nebenwinkel aus C oberhalb oder unterhalb AD haben 180°, da die ganze und halbe Kreislinie das Maaß ist.

Anmerkung: Da sich aus dem Scheitel eines jeden Winkels ein Bogen beschreiben läßt, so kann das Maaß eines Winkels nach der Anzahl der Grade, welche er auf dem Umkreise einnimmt, bestimmt werden.

g) Theilt man den halben Umkreis ABD (Fig. 23.), welcher 180° hält, durch eine auf der Mitte des Durchmessers ACD aufgerichtete Senkrechte CB in zwei gleiche Theile, so erhält man für den rechten Winkel 90°. Der ganze Umkreis enthält also 4 rechte Winkel, welche zusammen 360° ausmachen. Alle Winkel, welche um einen Punkt herum gezeichnet werden können, halten gleichfalls 360°, weil man aus ihrem gemeinschaftlichen Scheitelpunkte eine Kreislinie beschreiben kann, die ihnen allen mit einander zum Maaße dient.

h) Um die Winkel nach der Anzahl ihrer Grade auf das Papier aufzutragen, bedient man sich eines in seine Grade eingetheilten halben Kreisbogens (Fig. 24.) von Messing, den man Transporteur nennt.

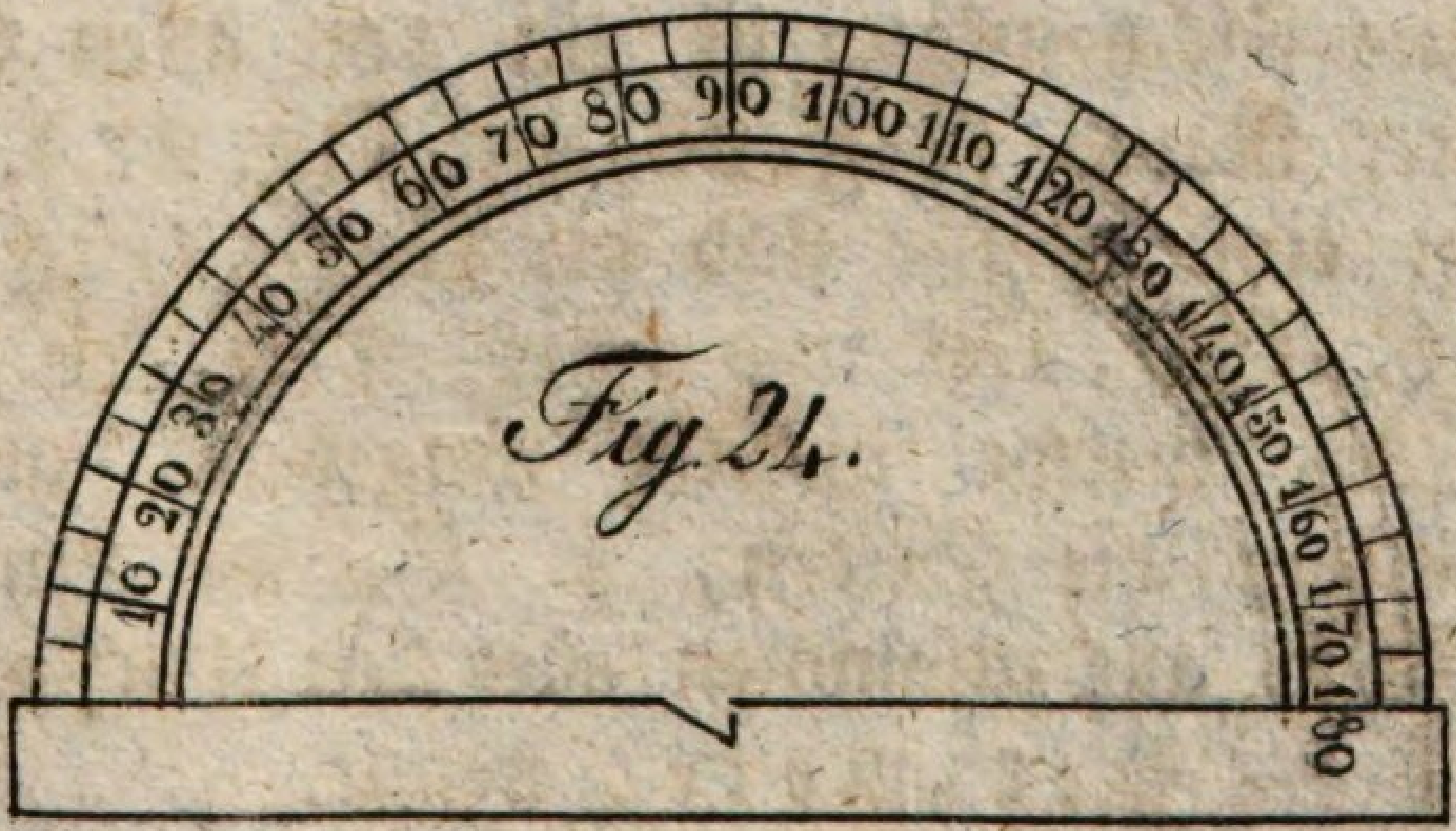


Fig. 24.

Anmerkung: Da auf dem gewöhnlichen Transporteur nur die ganzen Grade ohne Minuten angezeigt sind, so kann er auch nur in solchen Fällen gebraucht werden, wo keine größere Genauigkeit erfordert wird.

i) Zieht man (Fig. 25.) von den beiden Endespunkten des Bogens AB eine Sehne CD, so bestimmt auch diese die Größe des Winkels. Weiß man also die Länge der beiden Schenkel oder Halbmesser, und die Länge der Sehne, so kann der Winkel auch ohne Gradinstrumente genau aufgetragen werden.

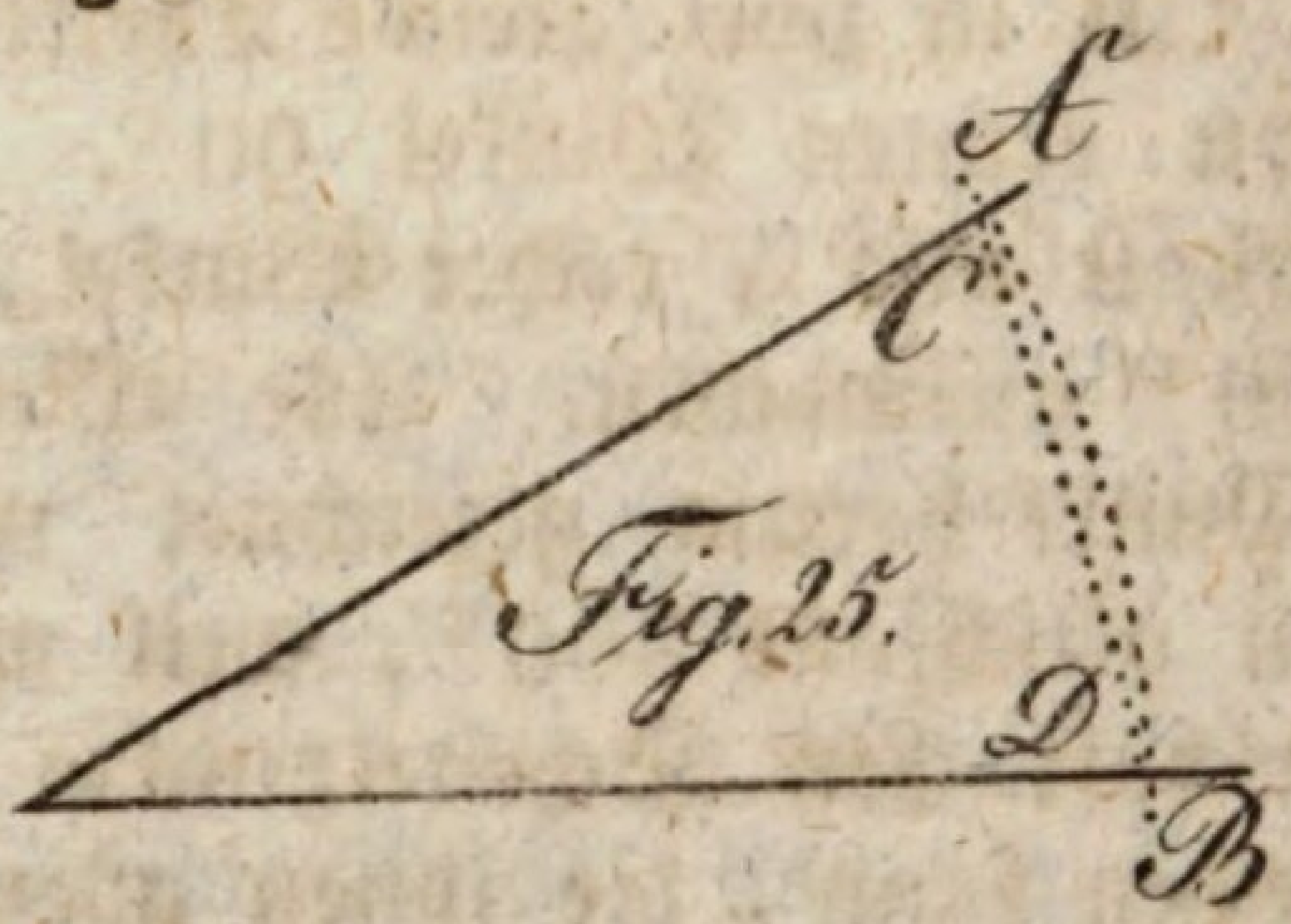


Fig. 25.

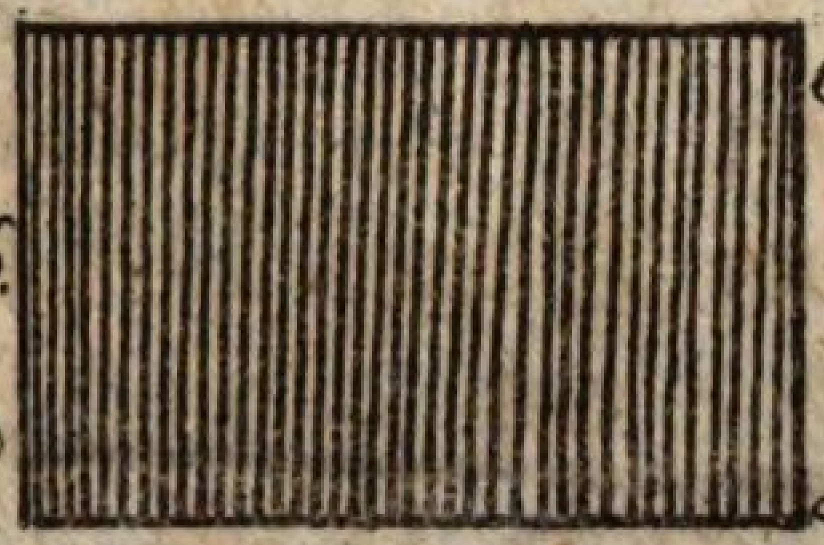
§. 9.
Von den Flächen.

a) Eine mit Linien begrenzte Fläche heißt Figur.

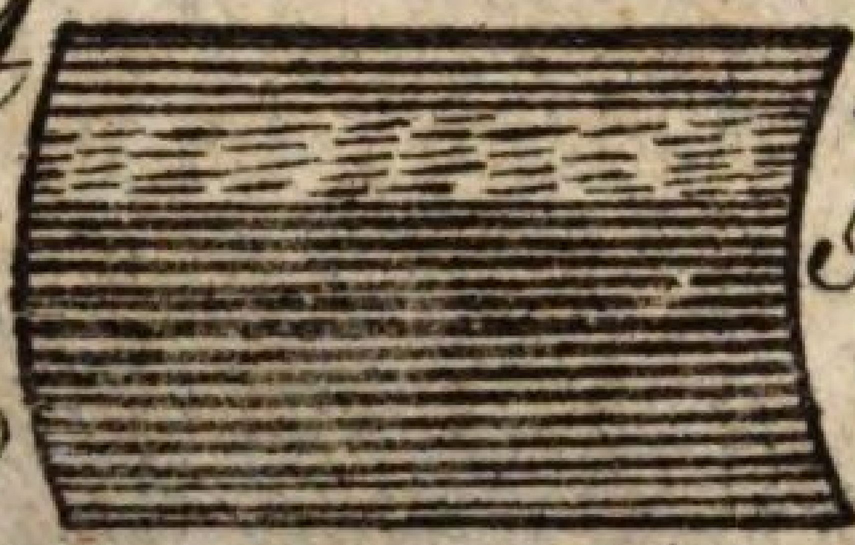
Eine Flächenfigur ist ein von allen Seiten begrenzter Raum (Fig. 26. und Fig. 27.). Die Grenzen einer Figur sind die Linien (Fig. 26.) AB, AC, CD, DB und (Fig. 27.) AF, FD, DC, CA, welche dieselbe umgeben, und die man einzeln die Seiten, z. B. die Linie AB (Fig. 26.), alle zusammen aber den Umfang — Umriß — Perimeter nennt.

b) Flächen giebt es zweierlei, gerade (Fig. 26.) und krumme (Fig. 27.). Gerade sind diejenigen, auf welchen jede gerade Linie nach allen Richtungen, in allen ihren Theilen aufliegt, oder dieselben berührt; krumme sind alle übrigen, die bauchigt oder hohl sind, wie die einer Kugel, Walze oder Röhre.

A B Fig. 26. C D



A F Fig. 27. C D



c) Die geraden Flächenfiguren werden entweder mit geraden oder krummen Linien eingeschlossen.

d) Um einen Raum mit geraden Linien einzuschließen, muß man wenigstens drei dieser Linien haben, die auch zugleich drei Winkel bilden.

e) Jede Figur hat so viele Ecken oder Winkel, als sie Seiten hat. Von der Anzahl dieser Winkel oder Ecken erhalten verschiedene Gattungen von Figuren ihre Namen. Ist die Figur von drei Linien und Winkel umgeben, so wird sie ein Dreieck — Triangel, von vier ein Viereck, von fünf ein Fünfeck, u. s. w. genannt.

f) In jedem Dreiecke bemerkt man drei Seiten und drei Winkel, weshalb es dreierlei Dreiecke in Hinsicht der Seiten (Fig. 28., 29. und 30.), und dreierlei in Hinsicht der Winkel (Fig. 31., 32. und 33.) giebt.

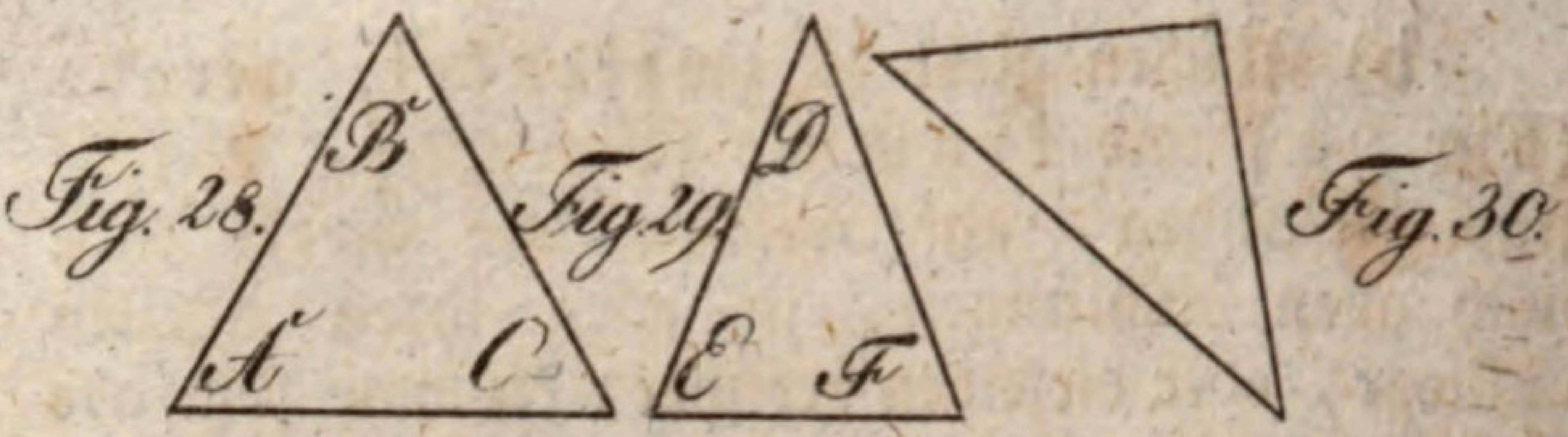


Fig. 28. Fig. 29. Fig. 30.

g) In Hinsicht der Seiten. Sind die drei Seiten AB, BC und CA (Fig. 28.) einander gleich, so nennt man es ein gleichseitiges Dreieck; sind nur zwei Seiten DE und DF (Fig. 29.) einander gleich, ein gleichschenklichtes, sind alle drei Seiten (Fig. 30.) ungleich, ein ungleichseitiges Dreieck.

Anmerkung: Alle gleichseitigen Dreiecke sind gleichschenklicht, aber nicht umgekehrt.

h) In Hinsicht der Winkel. Ist in dem Dreiecke ein rechter Winkel R (Fig. 31.), so heißt dasselbe ein rechtwinklichtes; befinden sich darin drei spitzige Winkel A, B, C (Fig. 32.), so wird es ein spizwinklichtes, und enthält es einen stumpfen Winkel D (Fig. 33.), ein stumpfwinklichtes Dreieck genannt.

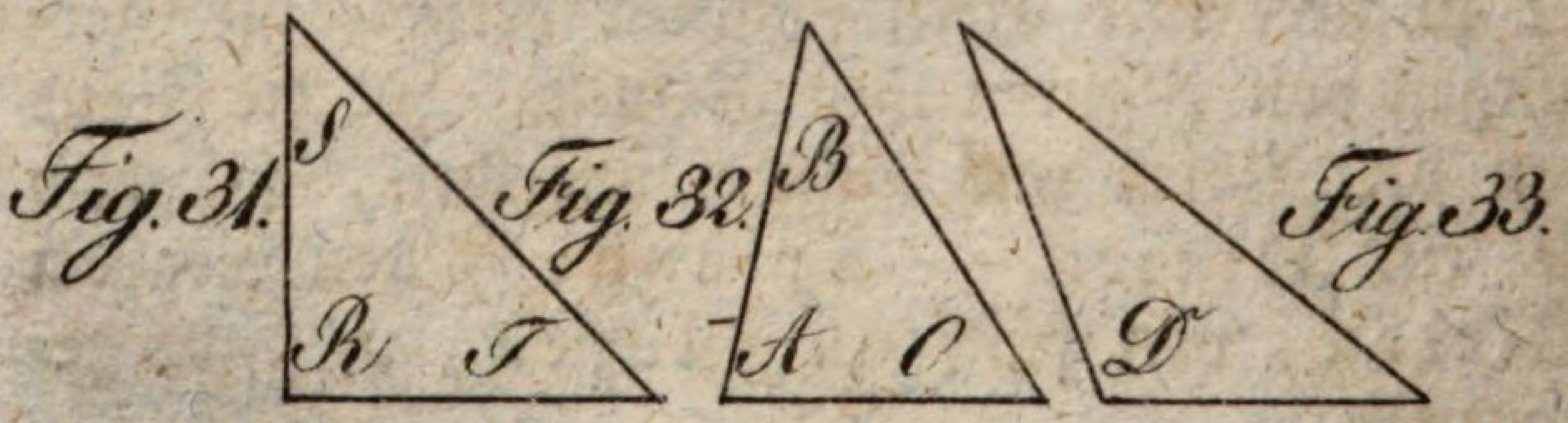


Fig. 31. Fig. 32. Fig. 33.

i) In dem rechtwinklichten Dreiecke erhalten die Seiten bestimmte Namen: die Seite ST (Fig. 31.), welche dem rechten Winkel R gegenüber steht, heißt die Hypothenuse; die übrigen zwei Seiten RS und RT nennt man Lothen, oder Katheten.

Anmerkung: In jedem Dreiecke sind zwei Seiten zusammen größer als die dritte; denn wären sie kleiner oder gerade so groß als die dritte, so würde sich die Figur nicht schließen.

k) Vierecke giebt es sechserlei, als: 1) das Quadrat (Fig. 34.), 2) das Rechteck — länglichte Viereck (Fig. 35.), 3) die gleichseitige Raute — Rhombus (Fig. 36.), 4) die länglichte Raute — Rhomboid (Fig. 37.), 5) das Trapez (Fig. 38.), und 6) das Trapezoid (Fig. 39.).

Quadrate und Rechtecke. Ein Quadrat (Fig. 34.) hat vier rechte Winkel, und vier gleiche Seiten. Ein Rechteck oder länglichtes Viereck (Fig. 35.) hat gleichfalls vier rechte Winkel, aber nur die zwei gegenüber stehenden Seiten einander gleich.

Fig. 34.

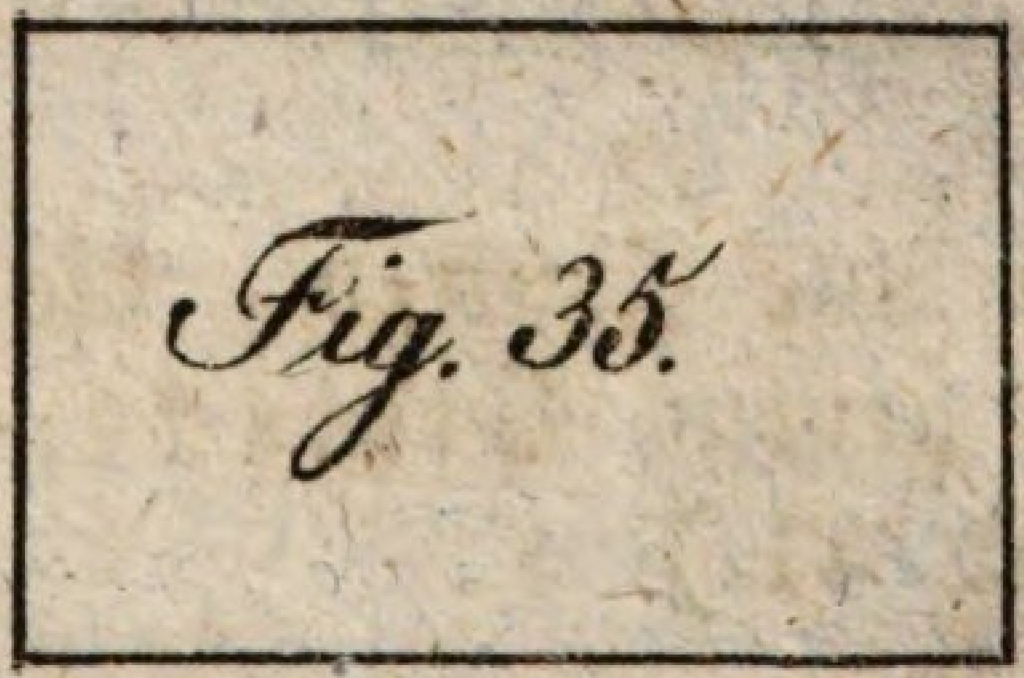
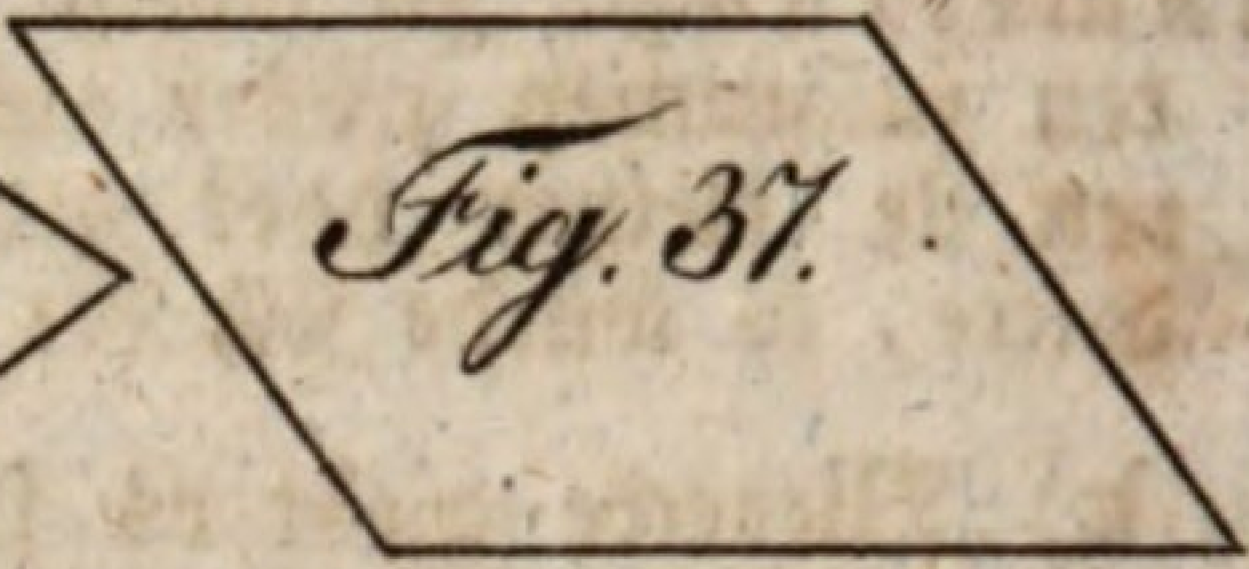


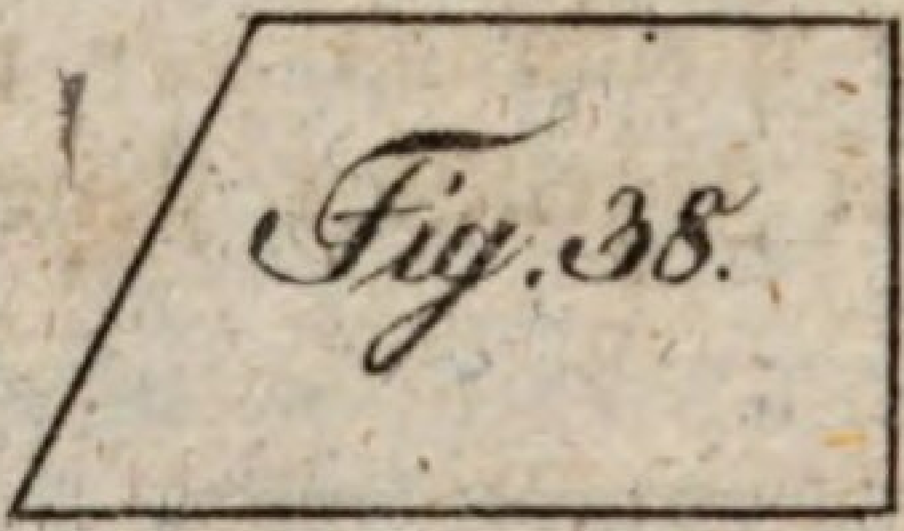
Fig. 35.

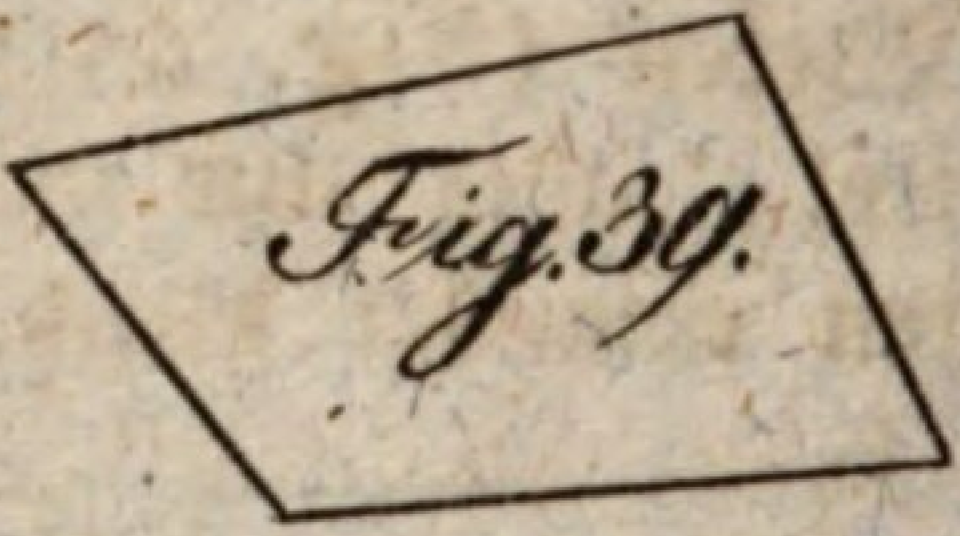
Gleichseitige und länglichte Rauten. Die gleichseitige Raute oder Rhombus (Fig. 36.) ist ein verschobenes Quadrat, und hat vier gleiche Seiten, aber nur die zwei gegenüber stehenden Winkel einander gleich. Die länglichte Raute oder Rhomboid (Fig. 37.) ist ein verschobenes Rechteck, und hat sowohl die gegenüber stehenden Seiten, als Winkel einander gleich.



Quadrate, Rechtecke, Rauten und Rhomboide haben den gemeinschaftlichen Namen Parallelograme, weil die gegenüber stehenden Seiten mit einander parallel laufen.

Trapetzen und Trapetzoiden. Das Trapez (Fig. 38.) hat nur zwei Parallelseiten; das Trapetzoid (Fig. 39.) aber gar keine.





l) Alle Figuren, die mehr als vier Seiten haben, heißen Vielecke — Polygone (Fig. 40. und 41.)

Es giebt deren zweierlei: regelmäßige (Fig. 40.) und unregelmäßige (Fig. 41.); jene haben lauter gleiche Seiten und Winkel, diese aber nicht.

m) Wenn man von einem Winkel eines Viereckes eine Linie AB (Fig. 42.) in den gegenüber stehenden zieht, so nennt man diese die Diagonallinie; eben so werden in einem Vielecke die Linien, z. B. CD und CE (Fig. 43.), die von einem Winkel in den gegenüber stehenden gezogen werden, Diagonallinien genannt.

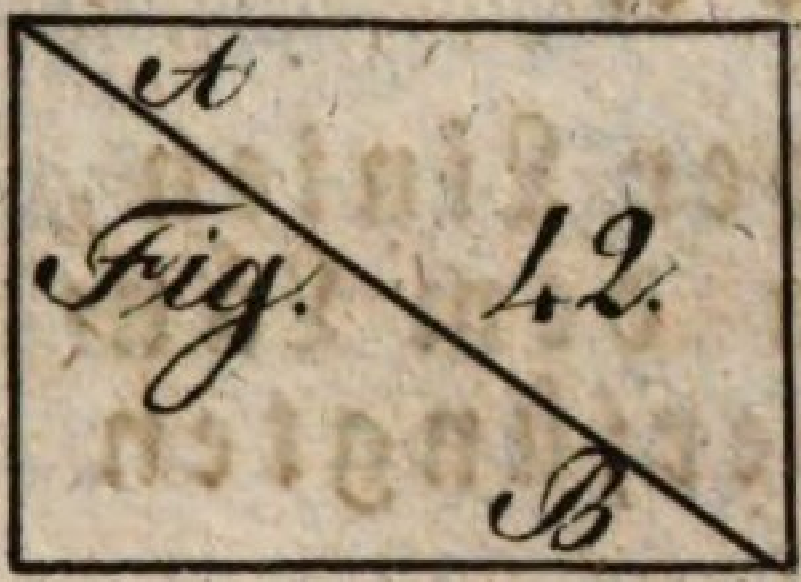


Fig. 42.

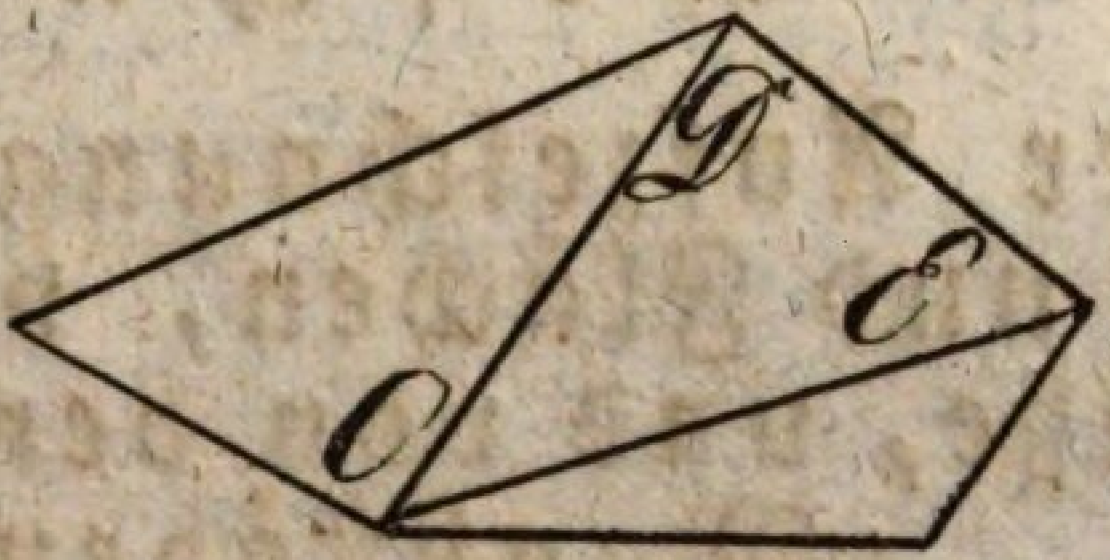


Fig. 43.

n) Diejenige Seite, auf welcher eine geradlinichte Figur steht, heißt die Grundlinie — Basis. Die Linien AB (Fig. 44.) und CD (Fig. 45.) sind Grundlinien.

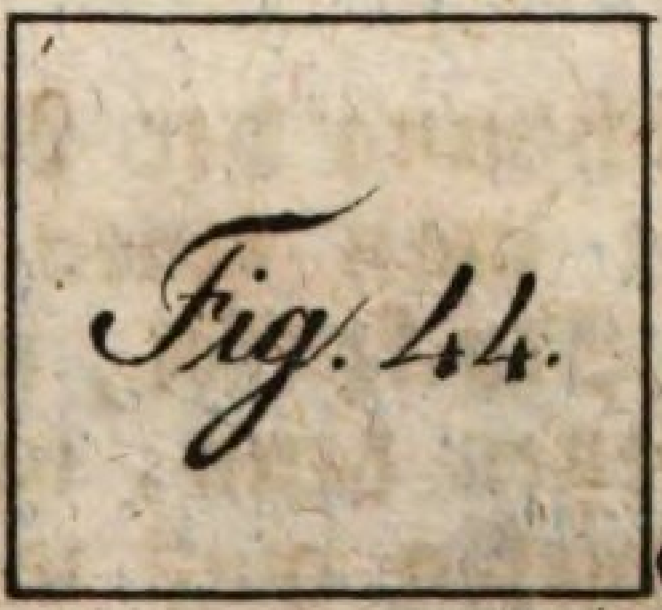
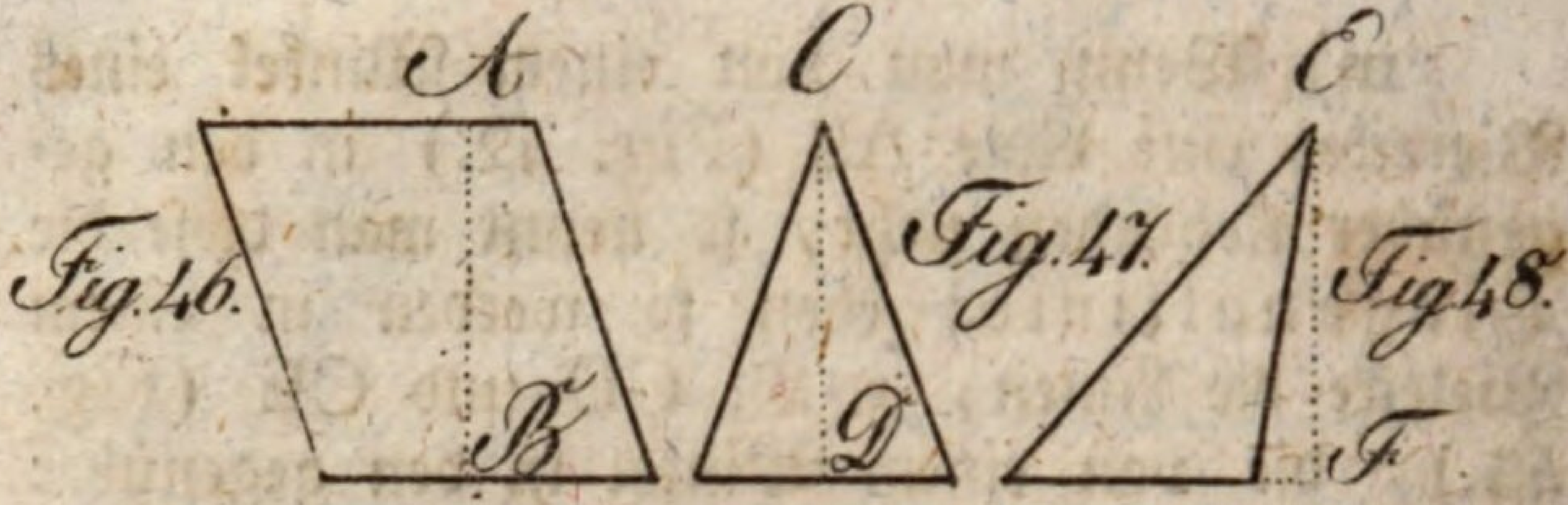
A.  B

Fig. 44.

C D

Fig. 45.

o) Unter der Höhe einer Figur versteht man die senkrechte Linie, welche von der obern Seite oder Spitze derselben auf die Grundlinie herunter gefällt wird, wie die Linie AB (Fig. 46.) und CD (Fig. 47.). Fällt die Spitze über die Grundlinie hinaus, so muß diese verlängert werden, wie bei F (Fig. 48.), wo EF die Höhe des Dreieckes ist.



II. Abschnitt.

Von der Aufzeichnung der Linien, Winkel und Flächen, von dem Längenmaaße, und von den verjüngten Maaßstäben.

§. 10.

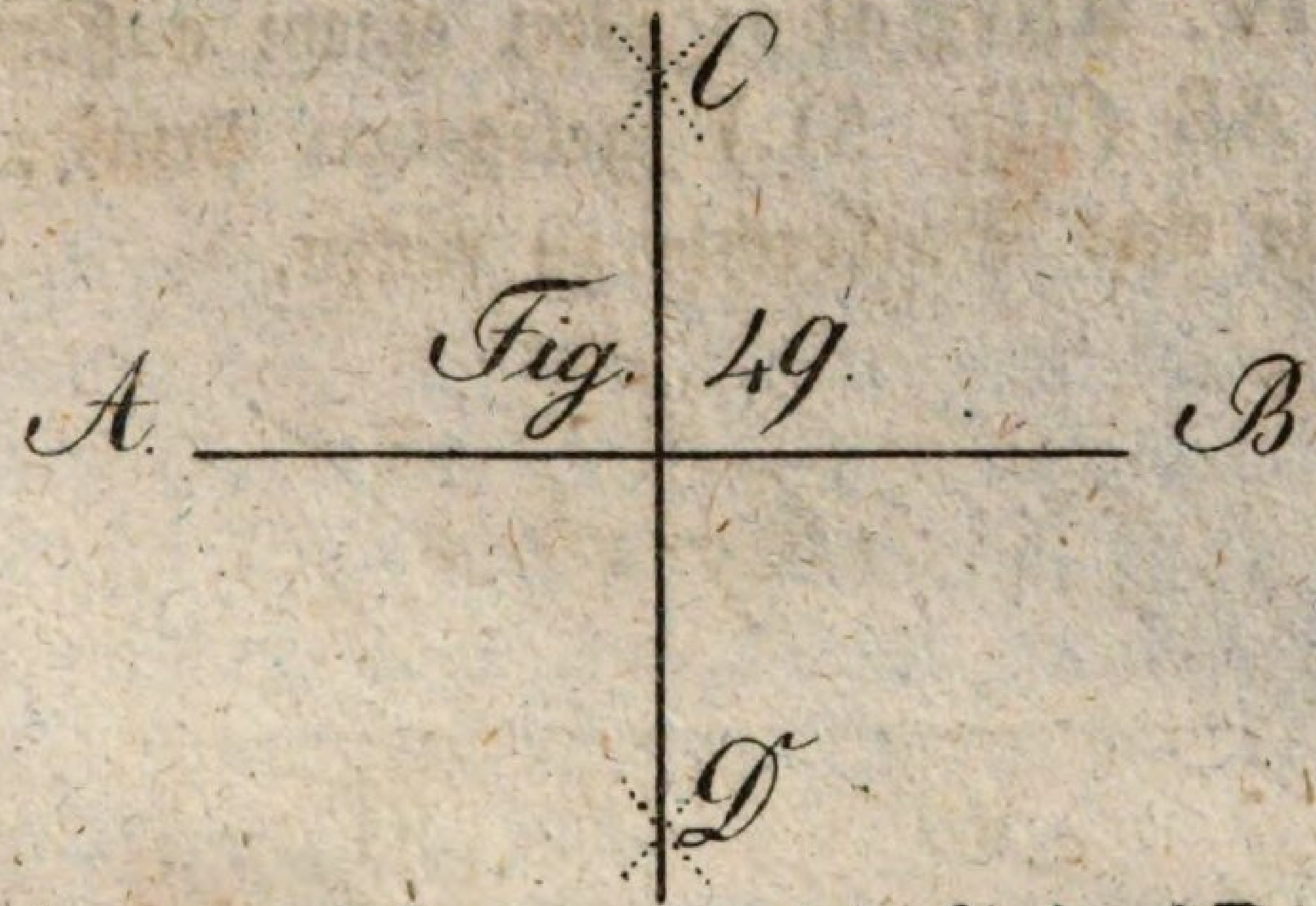
Von der Aufzeichnung der Linien und Winkel.

Anmerkung: Bei der Aufzeichnung der Linien, Winkel und Flächen braucht man einen guten Spiz- oder Theilzirkel, einen Stuckzirkel, in welchen man einen Bleistift einsetzen kann, und ein paar Reißfedern; eine von diesen muß man in den Stuckzirkel schrauben können, um krumme Linien zu ziehen, die andere wird aber zum Zeichnen gerader Linien gebraucht. Ferners bedarf man noch ein gutes Lineal und etwa ein rechtwinklichtes Dreieck von Holz, um senkrechte Linien, wie unten folgt, aufrichten zu können. Zuerst werden die Linien mit Bleistift gezogen, und dann zeichnet man sie mit schwarzem Tusche aus. Bleistiftslinien, die fehlerhaft gezogen sind, kann man mit elastischem Gummi auslöschen.

I. Aufgabe: Ein Lineal zu prüfen.

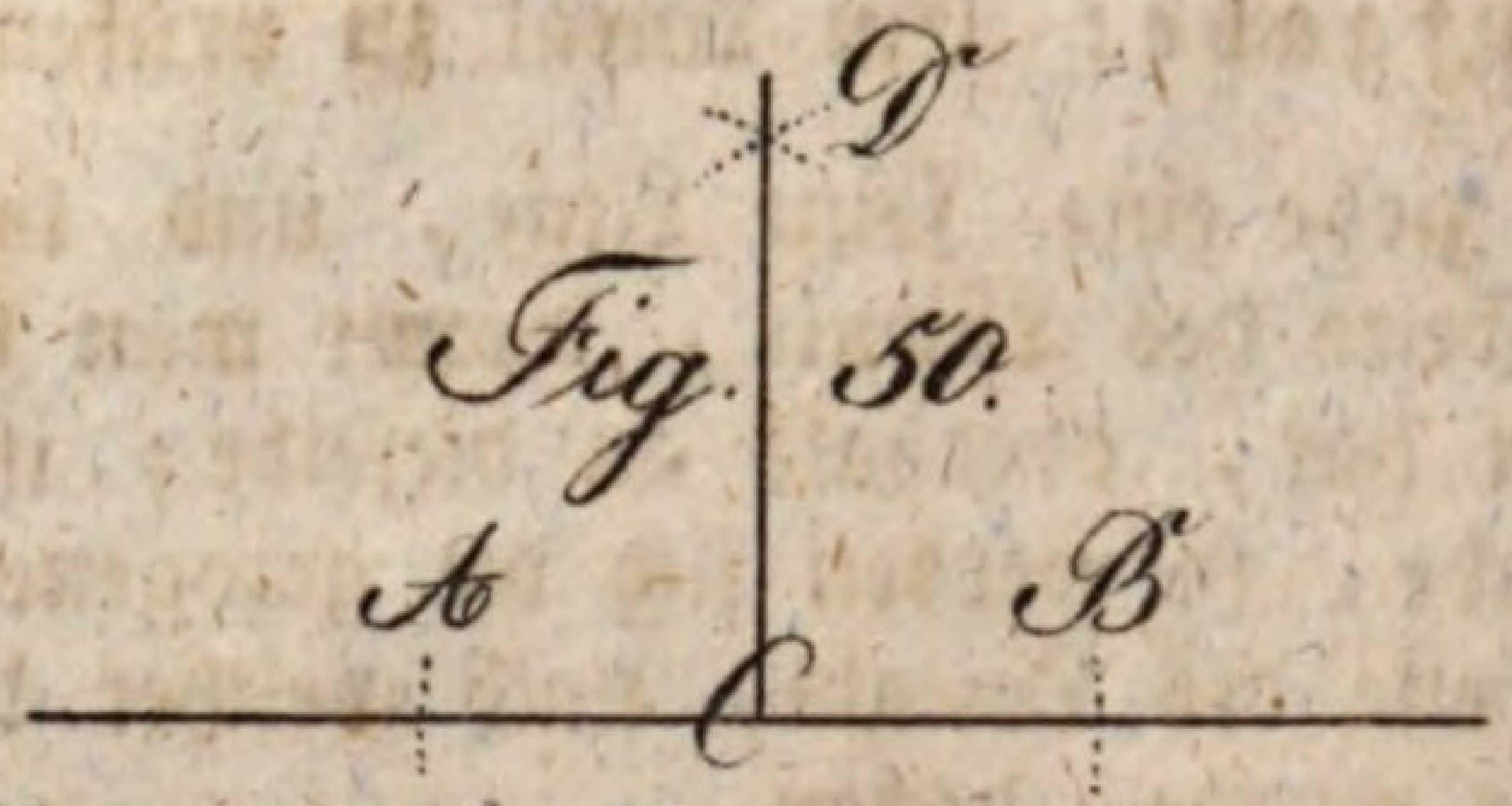
Man ziehe eine feine Linie, und lege die nämliche Seite des Lineals, womit man die Linie gemacht hat, oberhalb an dieselbe; ist das Lineal gerade, so werden sich die gezogene Linie und die Seite des Lineals, nach welcher die Linie gemacht wurde, decken.

II. Aufgabe: Eine senkrechte Linie auf eine wagrechte so aufzurichten, daß jene diese in zwei gleiche Theile zertheilt.



Man ziehe (Fig. 49.) eine Linie AB, die man als eine horizontale annimmt, setze den Zirkel in die Endespunkte A und B, und mache oben bei C und unten bei D Kreuzbögen, durch welche die Linie CD gezogen wird, die senkrecht auf AB steht, und dieselbe in zwei gleiche Theile zertheilt.

III. Aufgabe: Aus dem Punkte C (Fig. 50.) der geraden Linie AB eine senkrechte Linie zu errichten.



Man setze den Zirkel in C, und mache zwei Abschnitte in A und B, in welche man selben wieder einsezt, die Kreuzbögen oben bei D zieht, und die senkrechte Linie DC auf den bestimmten Punkt C herunter fällt.

IV. Aufgabe: Von einem ausserhalb der Linie AB (Fig. 51.) gelegenen Punkte C auf dieselbe eine Senkrechte zu fällen.

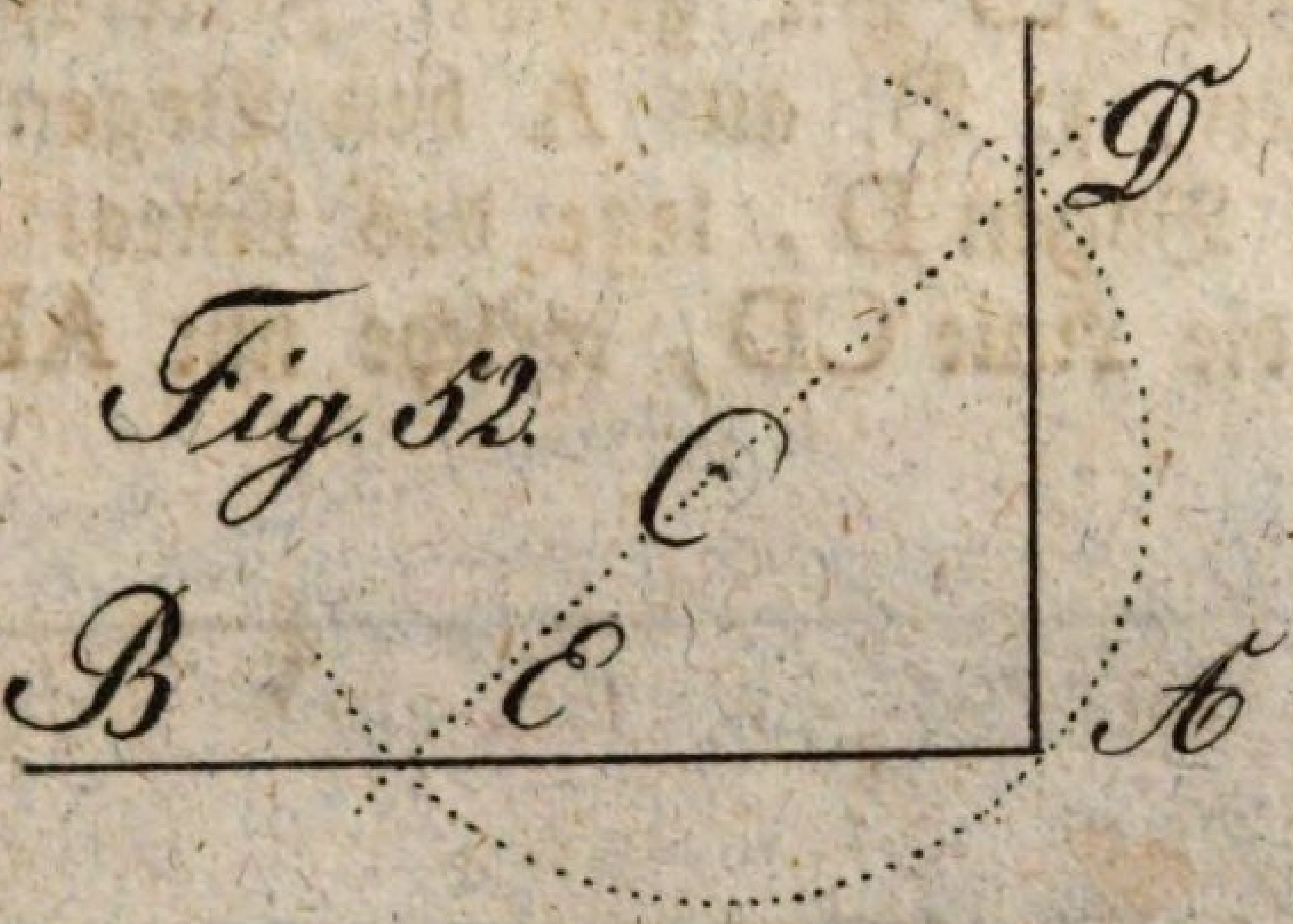
Aus C, wo der Zirkel eingesezt wird, mache man den Bogen AB, setze dann den Zirkel in A und B, ziehe die Kreuzbögen bei D, und die Linie CD, welche senkrecht auf AB ist.

Anmerkung: 1) In den drei obigen Fällen sind die Zirkelöffnungen zu den Kreuzbögen überall gleich; es können sich die durch selbe gezogenen Linien weder mehr zur Rechten noch zur Linken neigen, daher sie überall senkrecht sind.

2) Bei den Lehrsätzen, die besser unten vorkommen, werden die Gründe der nachfolgenden Aufgaben, die nicht schon aus den vorhergehenden Figuren klar sind, angegeben werden.

V. Aufgabe: Eine Senkrechte am Ende einer Linie AB aufzurichten, hier in A.

Fig. 52.



Man wähle sich (Fig. 52.) einen willkührlichen Punkt C, aus welchem man den Zirkel bis an den Endpunkt A öffnet, und einen Bogen beschreibt, welcher die Linie AB in E durchschneidet. Man lege das Lineal an den Punkt E und C, durchschneide den Bogen bei D, und ziehe die Senkrechte DA.

Anmerkung: 1) Mittels eines rechtwinklichten Dreieckes kann man auch dadurch senkrechte auf wagrechten Linien errichten, daß man eine Wagrechte, z. B. (Fig. 52.) AB zieht, an selbe das Lineal legt, und an dieses das rechtwinklichte Dreieck; durch Hin- und Herschieben desselben können senkrechte Linien sehr bequem und richtig gezogen werden.

2) Durch die bisherigen Aufgaben ist man in den Stand gesezt, auf verschiedene Arten rechte Winkel zu errichten; die spitzigen und stumpfen erhält man dadurch, daß man die ersteren kleiner, und die lezteren größer als die rechten macht.

VI. Aufgabe: Parallellinien zu ziehen.

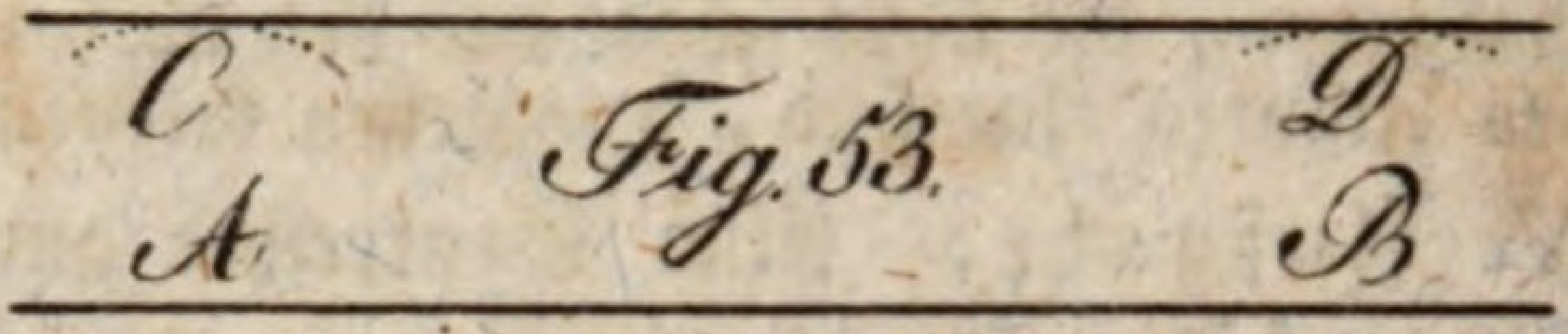


Fig. 53.

1) Man beschreibe (Fig. 53.) auf einer gegebenen Linie AB mit gleicher Zirkelöffnung ein Paar Bögen, z. B. aus A den Bogen C, und aus B den Bogen D, lege das Lineal an selbe, und ziehe die Linie CD, welche mit AB parallel sein wird.

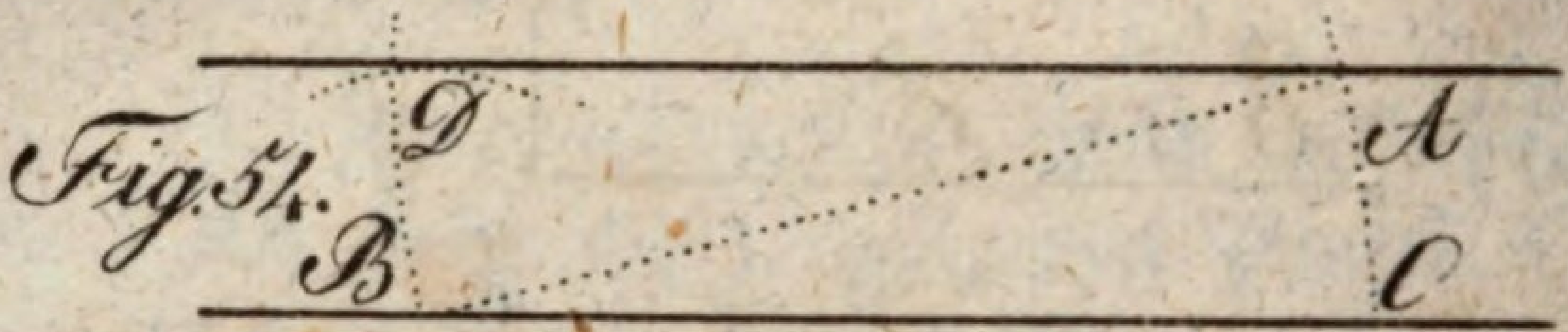


Fig. 54.

2) Ist der Punkt (Fig. 54.) A gegeben, durch welchen die Parallellinie gehen soll, so ziehe man AB willkührlich, setze den Zirkel in B, ziehe den Bogen AC, und aus A den Bogen BD, mache mit der Oeffnung CA aus B den Kreuzbogen bei D, und AD wird mit BC parallel sein.

VII. Aufgabe: Eine Linie (Fig. 55.) AB in gleiche und ungleiche Theile zu theilen; hier in 11 ½.

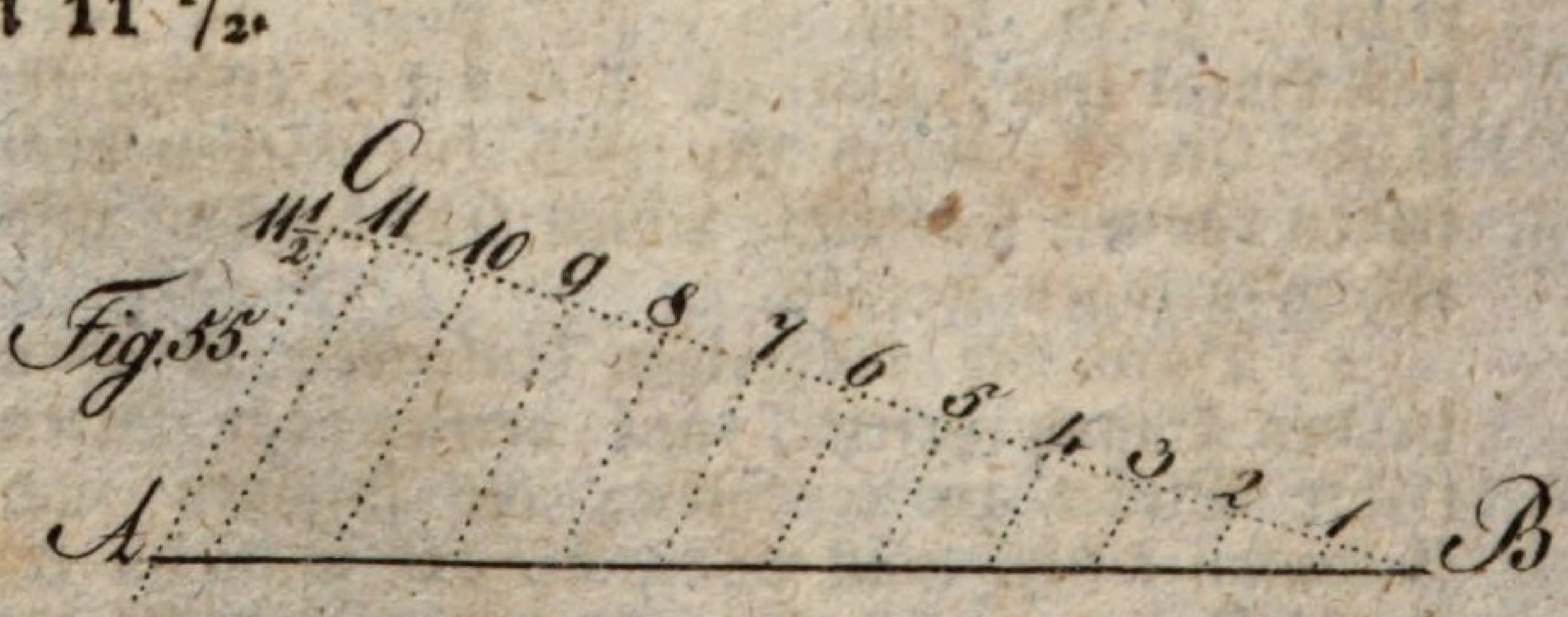


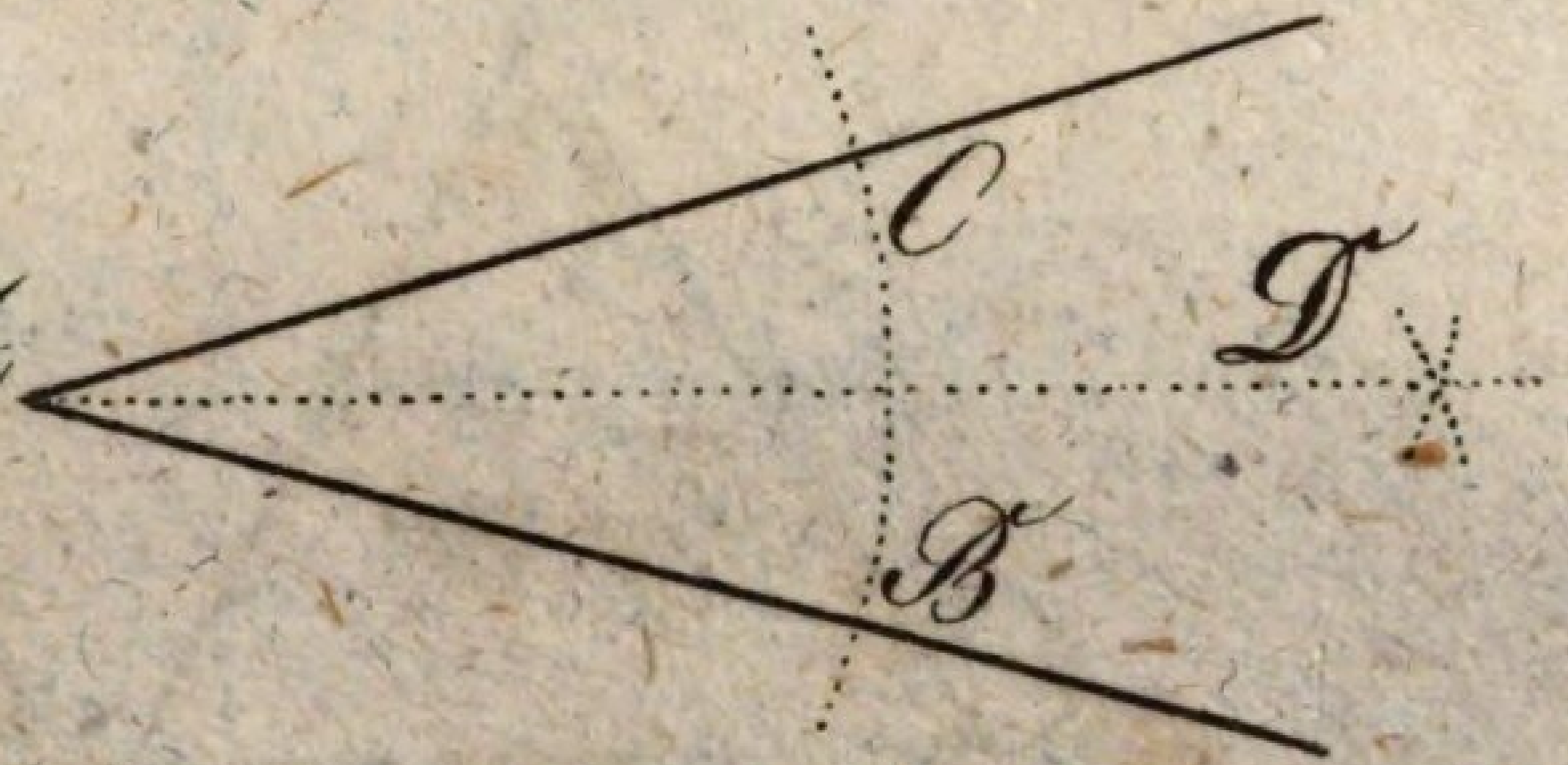
Fig. 55.

Man ziehe aus der Spitze B die Linie BC

willkührlich, und schneide von B nach C die verlangte Anzahl von Theilen mit einer beliebigen Zirkelöffnung ab; ferner ziehe man aus A die Linie AC, mache mit AC lauter Parallellen auf AB, und auf diese Art wird auch diese Linie in eben so viele Theile zertheilt, als BC.

VIII. Aufgabe: Einen gegebenen Winkel in zwei gleiche Theile zu theilen.

Fig. 56.

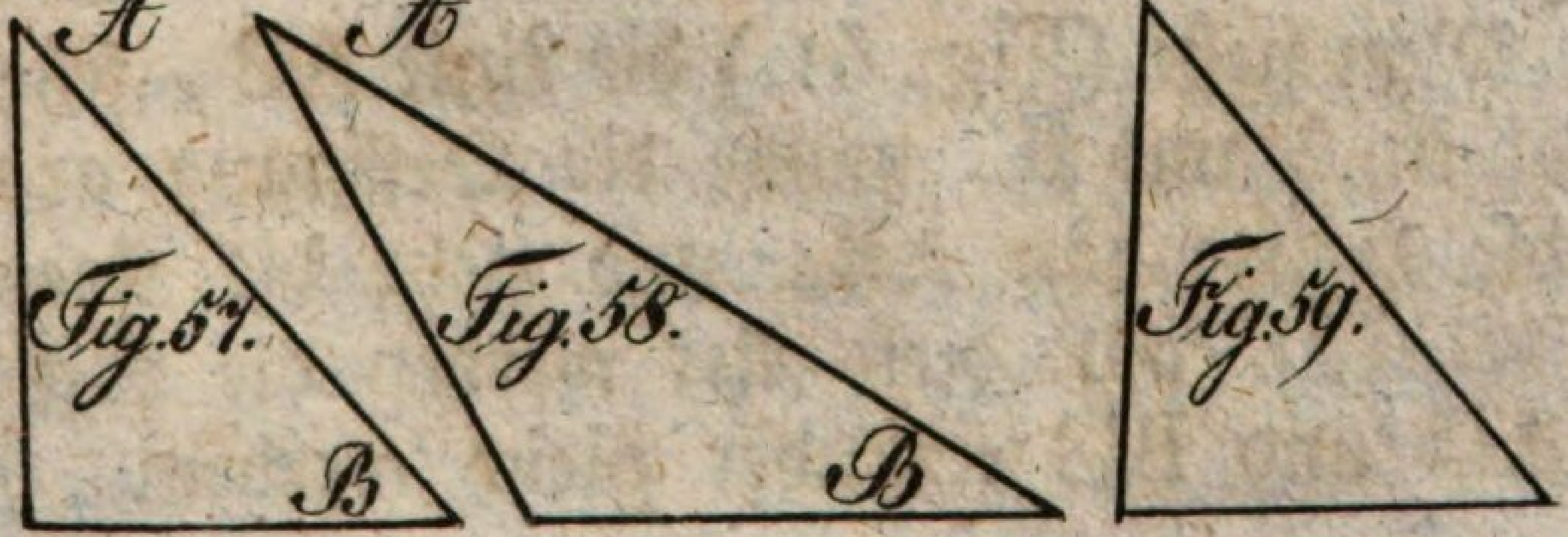


Man setze eine Spitze des Zirkels in A ein (Fig. 56.), und mache mit beliebiger Oeffnung den Bogen BC; dann setze man nach einander die Zirkelspitze in C und B ein, und mache, wieder mit beliebiger, aber gleicher Oeffnung die Kreuzbögen bei D, und ziehe die Linie AD, welche den Winkel in zwei gleiche Theile theilt.

§. 11.

Von der Aufzeichnung der Flächen.

I. Aufgabe: Ein rechtwinklichtes, stumpfwinklichtes, und spizwinklichtes Dreieck zu zeichnen.



Man schließe einen rechten (Fig. 57.) oder stumpfen (Fig. 58.) Winkel mit einer Linie AB, und man hat ein recht = oder stumpfwinklichtes Dreieck. Bei dem spizwinklichten Dreiecke (Fig. 59.) mache man aber drei spitzige Winkel.

II. Aufgabe: Ein gleichseitiges Dreieck zu beschreiben.

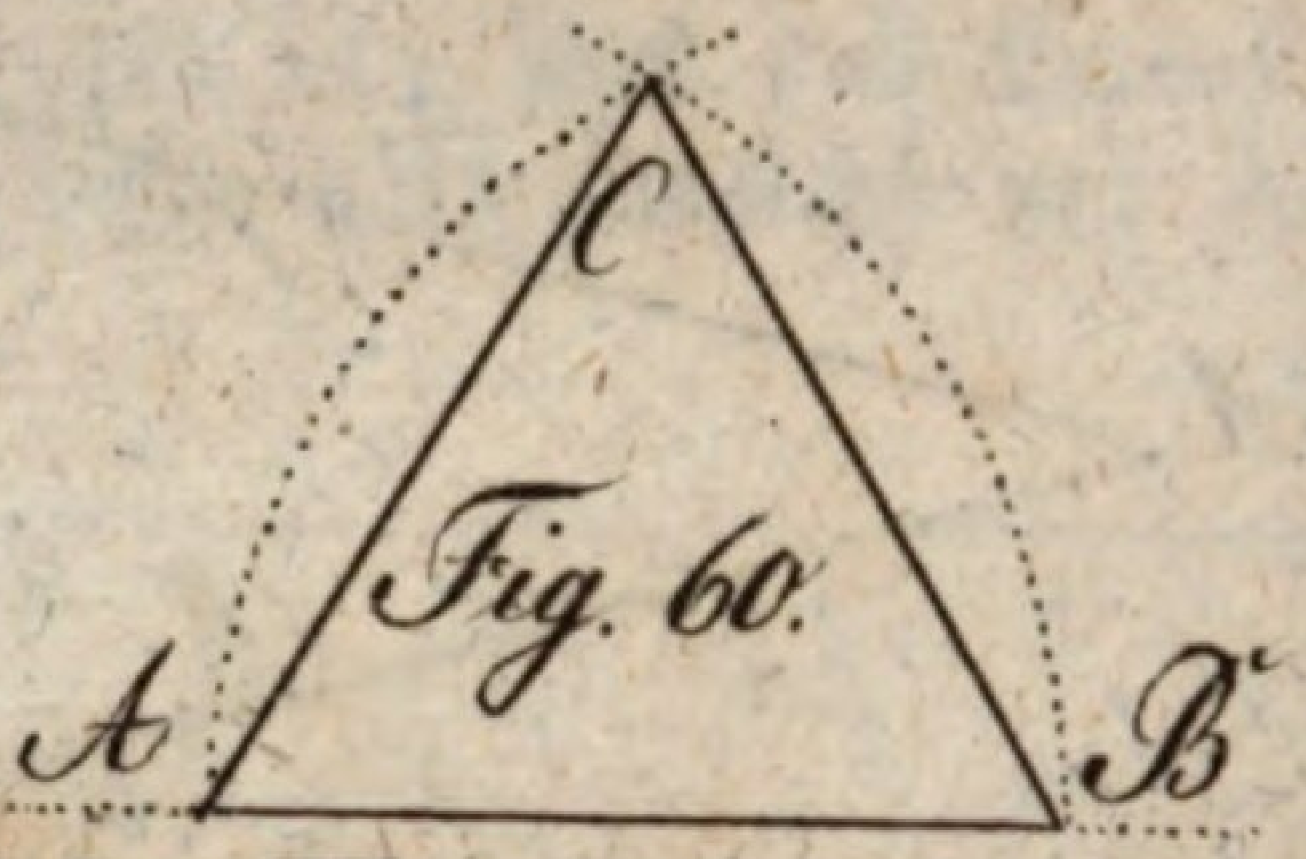


Fig. 60.

Man ziehe (Fig. 60.) die Linie AB, setze den Zirkel in A, öffne ihn bis B, mache oben bei C aus A und B Kreuzbögen, und ziehe die Linien AC und BC.

III. Aufgabe: Ein gleichschenklichtes Dreieck zu verfertigen.

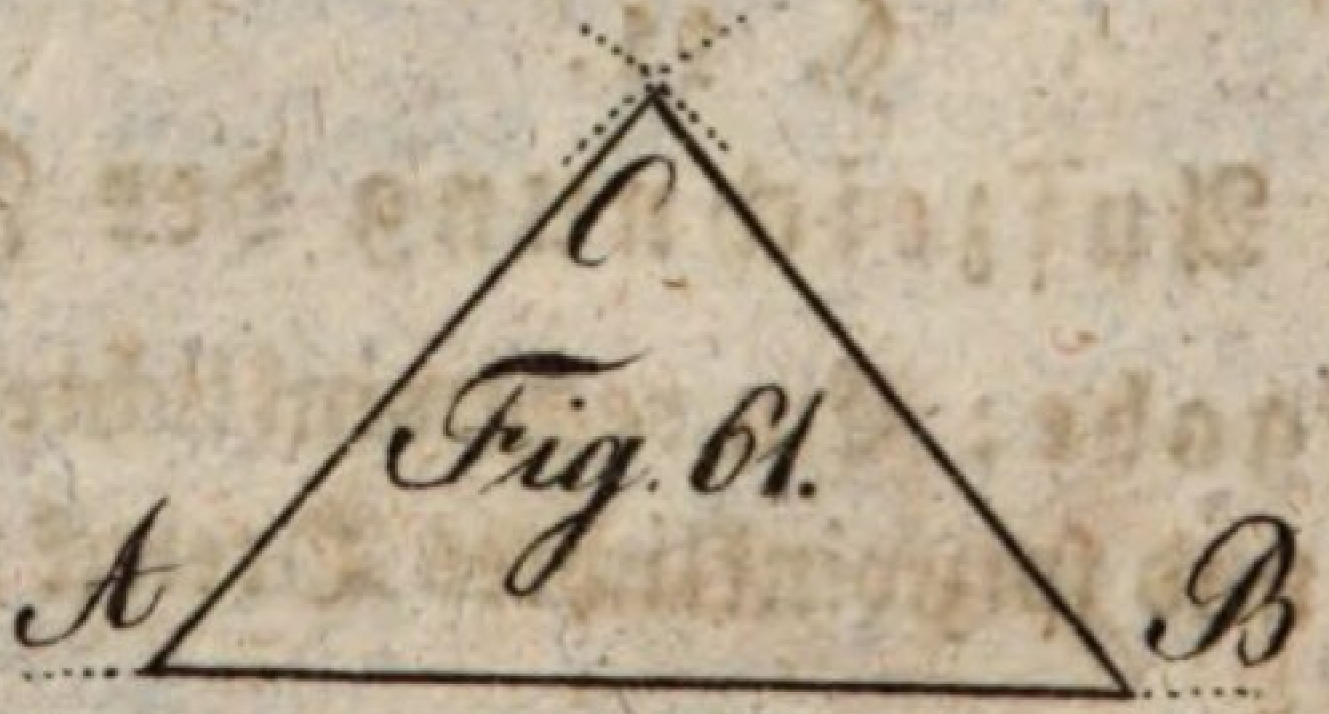


Fig. 61.

Man ziehe (Fig. 61.) die Linie AB, setze den Zirkel in A und B, mache die Oeffnung größer, als die Hälfte von AB, und ziehe die Kreuzbögen bei C; auf diese Art werden die Schenkel bei AC und BC einander gleich werden.

Anmerkung: Ungleichseitige Dreiecke werden aus drei ungleichen Seiten, wovon zwei zusammen allemal größer als die dritte sind, willkührlich zusammengesezt.

IV. Aufgabe: Ein Quadrat zu zeichnen.

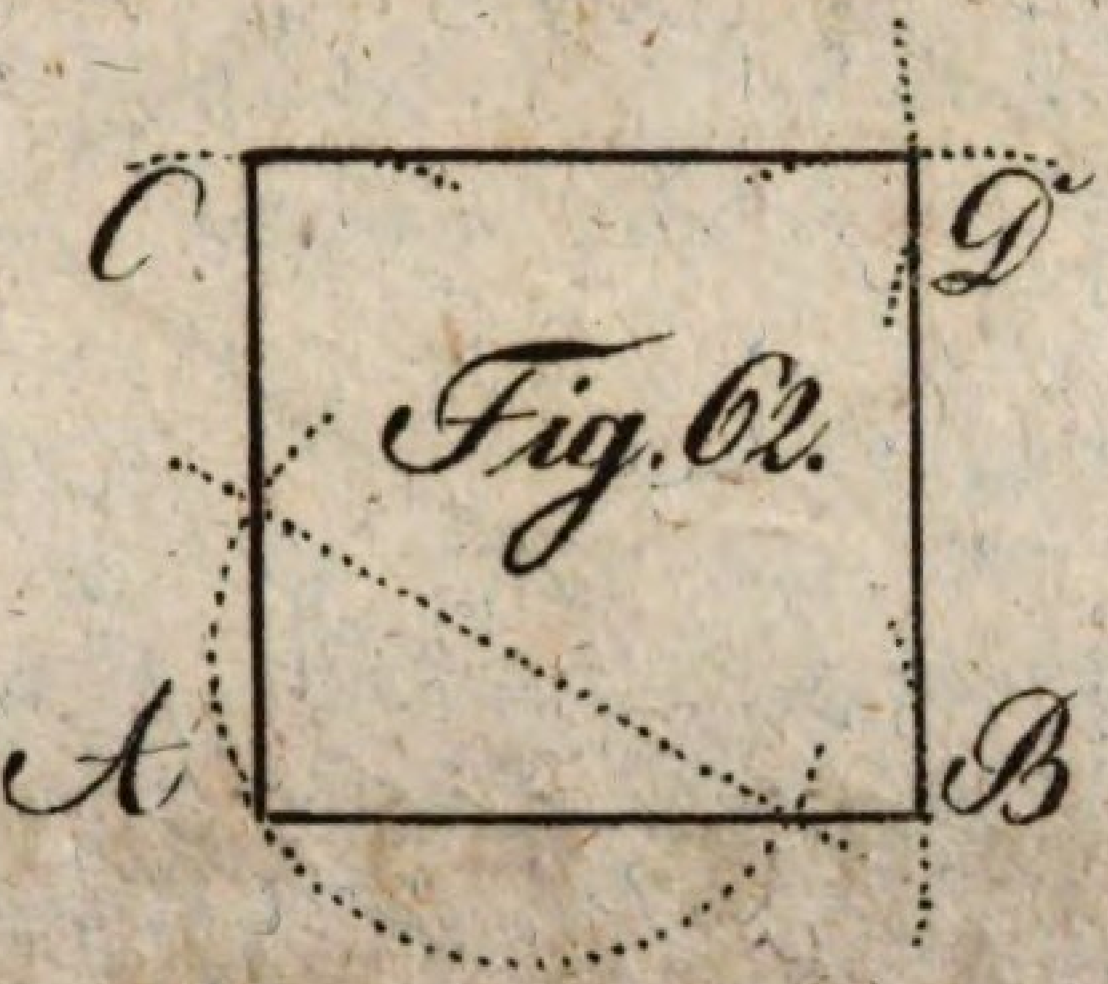


Fig. 62.

Man ziehe die Linie (Fig. 62.) AB, und errichte bei A (§. 10. Aufgabe V.) einen rechten Winkel, setze den Zirkel in A, mache bei B und C mit einer willkührlichen Zirkelöffnung Durchschnitte, setze dann den Zirkel in B und C, ziehe die Kreuzbögen bei D, und verbinde sie mit geraden Linien.

V. Aufgabe: Ein Rechteck oder länglichtes Viereck zu zeichnen.

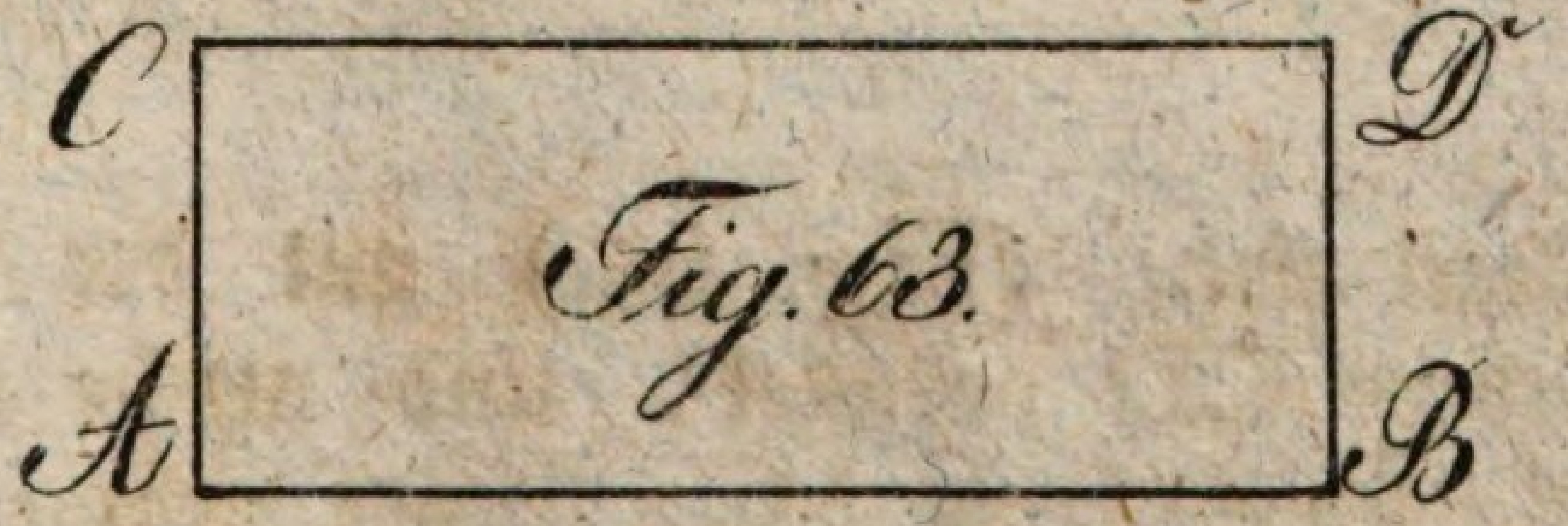
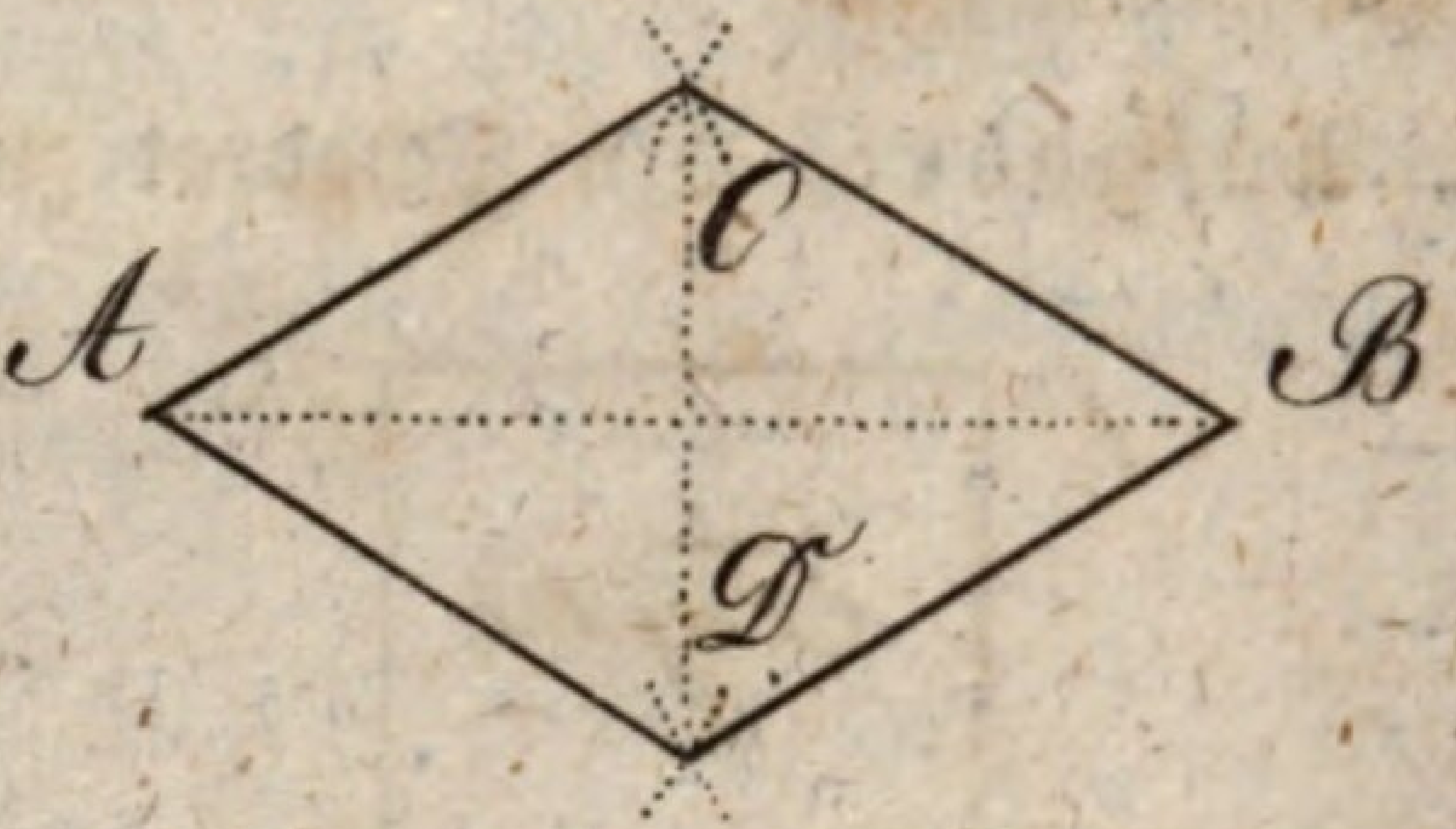


Fig. 63.

Man errichte (Fig. 63.) auf der Linie AB, als wie in der vorigen Aufgabe, einen rechten Winkel, mache AC kleiner oder größer als AB, ziehe CD parallel mit AB, und BD parallel mit AC; auf diese Weise erhält man ein Rechteck.

VI. Aufgabe: Eine gleichseitige Raute zu zeichnen.

Fig. 64.



Man ziehe (Fig. 64.) eine Linie AB, setze den Zirkel in A und B, mache die Kreuzbögen bei C und D, und verbinde die Punkte ABCD mit Linien. Damit aber kein Quadrat entstehe, muß AB größer oder kleiner, als CD sein.

VII. Aufgabe: Eine länglichte Raute zu verfertigen.

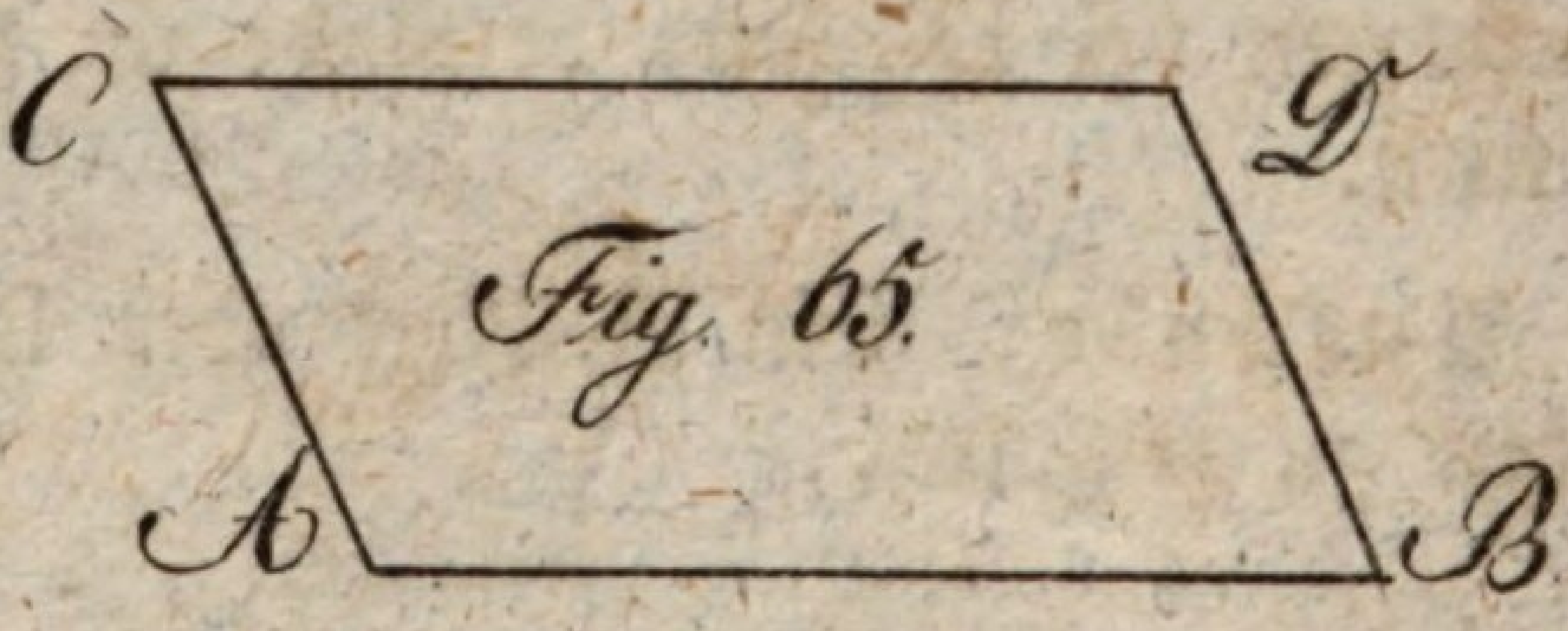


Fig. 65.

Man ziehe (Fig. 65.) mit der Linie AB eine andere CD parallel, und mache eine willkührliche schiefe Linie AC; ferner nehme man AB in den Zirkel, und trage sie aus C in D, wodurch die Linien BD und AC ebenfalls parallel werden, und also die länglichte Raute entsteht.

VIII. Aufgabe: Ein Trapez — Paralleltrapez zu zeichnen.

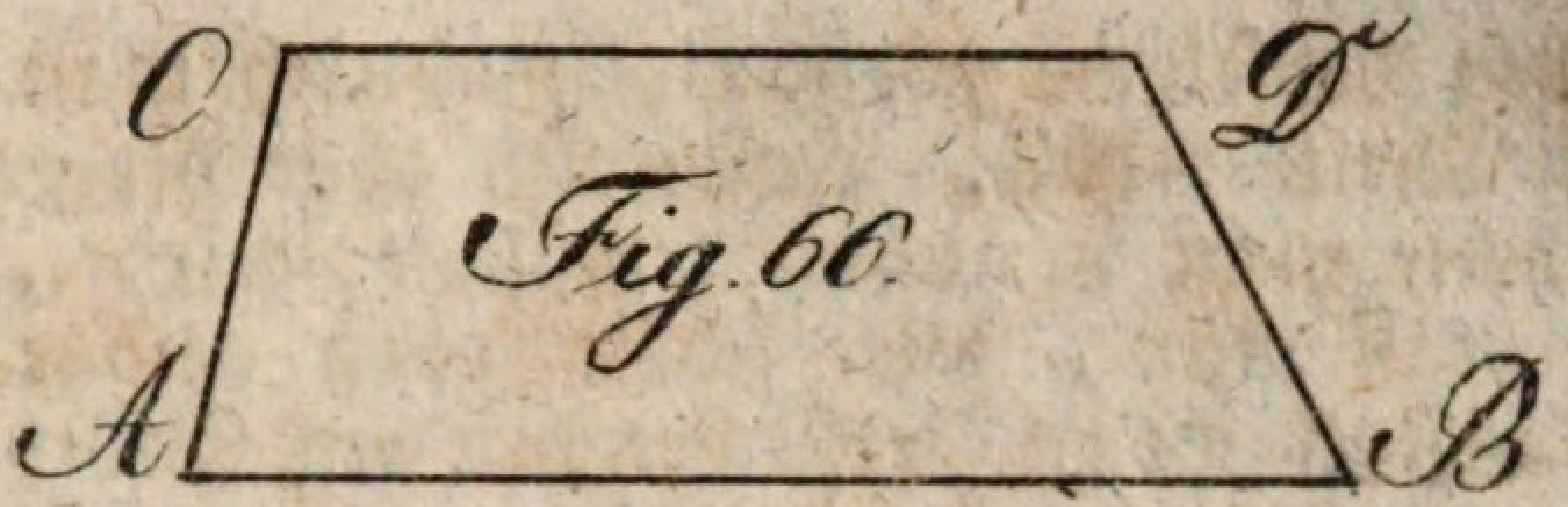


Fig. 66.

Man ziehe (Fig. 66.) AB mit CD parallel, und die Linien AC und BD nach ungleichen Richtungen.

Anmerkung: Die Trapezoiden können aus vier Linien, wovon keine mit der andern parallel läuft, nach Willkühr zusammengesezt werden.

IX. Aufgabe: Ein regelmäßiges Vieleck zu verfertigen.

Fig. 67.

Man mache (Fig. 67.) einen Kreis, theile selben in 6 gleiche Theile, wozu der Halbmesser das Maaß giebt, und ziehe die Theilungs-Punkte mit geraden Linien zusammen.

Anmerkung: 1) Da nur beim regelmäßigen Sechsecke der Halbmesser als Seite gebraucht werden kann, so muß man bei andern Fällen seine Zuflucht zu Versuchen mit dem Zirkel nehmen, welches bei den gewöhnlichen Ereignißen hinreichend ist.

2) Bei Vielecken, wo sich die Anzahl der Theile in größere zerfällen läßt, kann man sich am bequemsten der Unterabtheilungen bedienen. So theilt man z. B. in einem Vielecke von 24 Seiten zuerst den Kreis in 6 Theile, und halbirt

jeden derselben zweimal, wodurch man 24 gleiche Theile erhält. Lassen sich aber die gegebenen Theile nicht in andere zerfällen, wie 7., 11. rc., so muß man, wie schon oben gesagt wurde, seine Zuflucht zu Versuchen mit dem Zirkel nehmen.

X. Aufgabe: Auf eine gegebene Linie AB ein regelmäßiges Vieleck von einer bestimmten Anzahl Seiten, hier ein Siebeneck aufzuzeichnen.

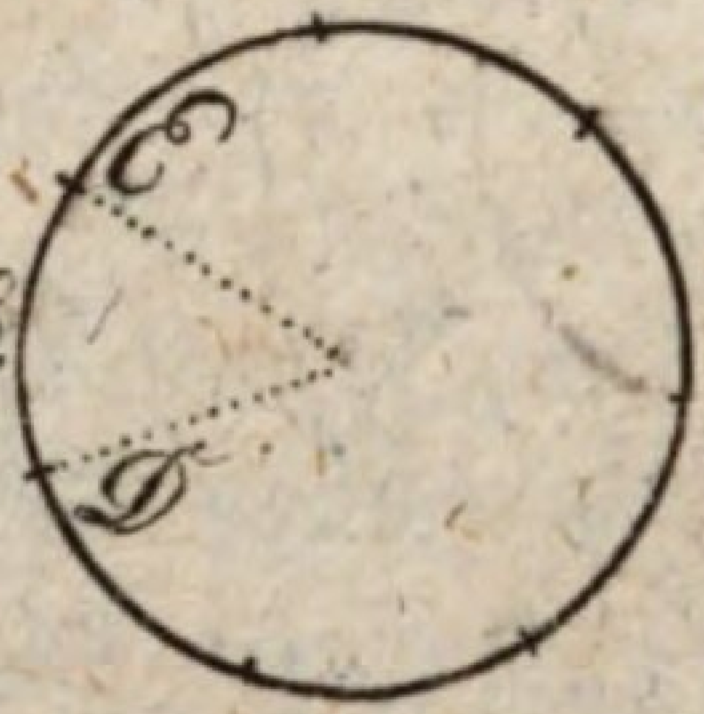
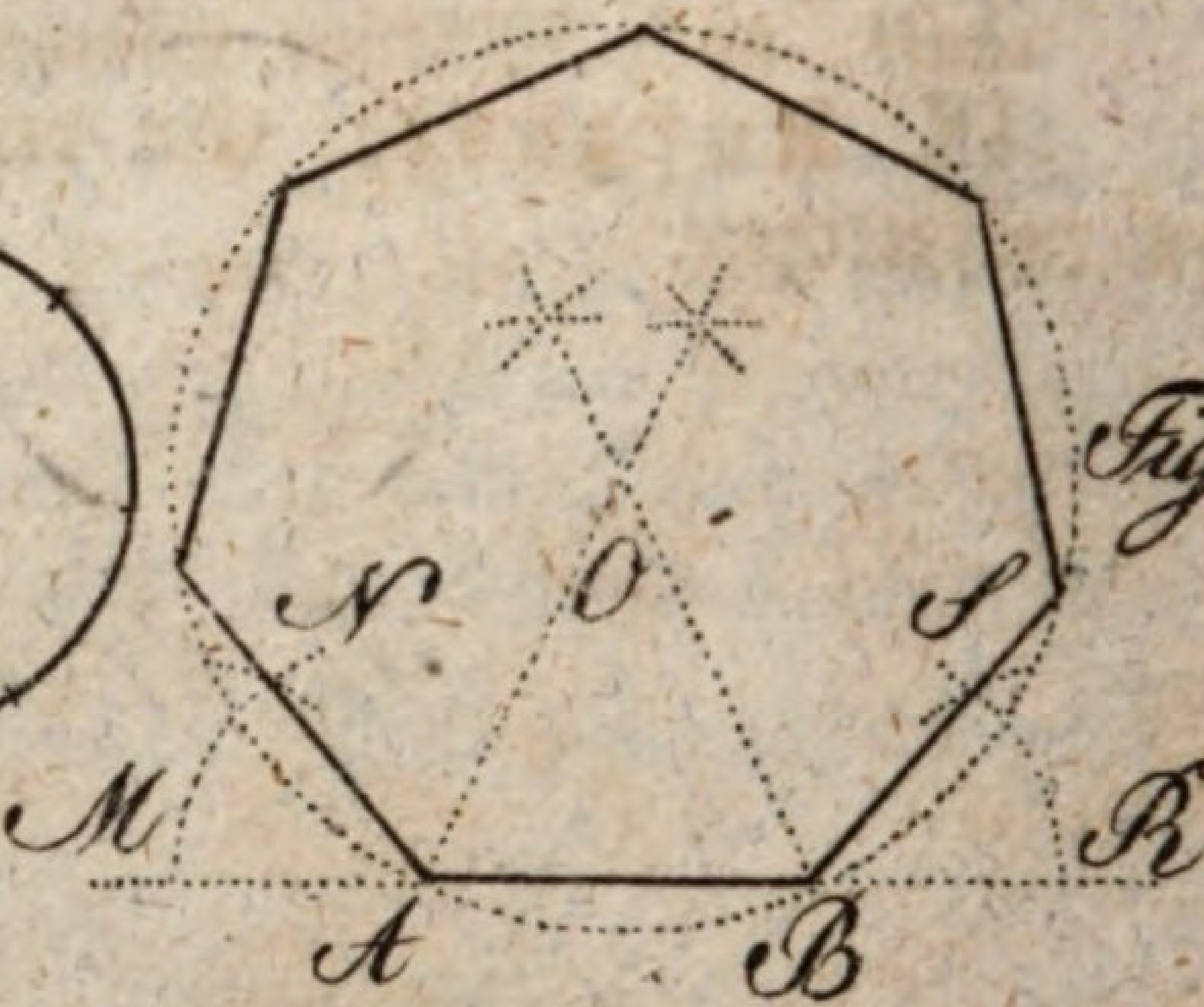
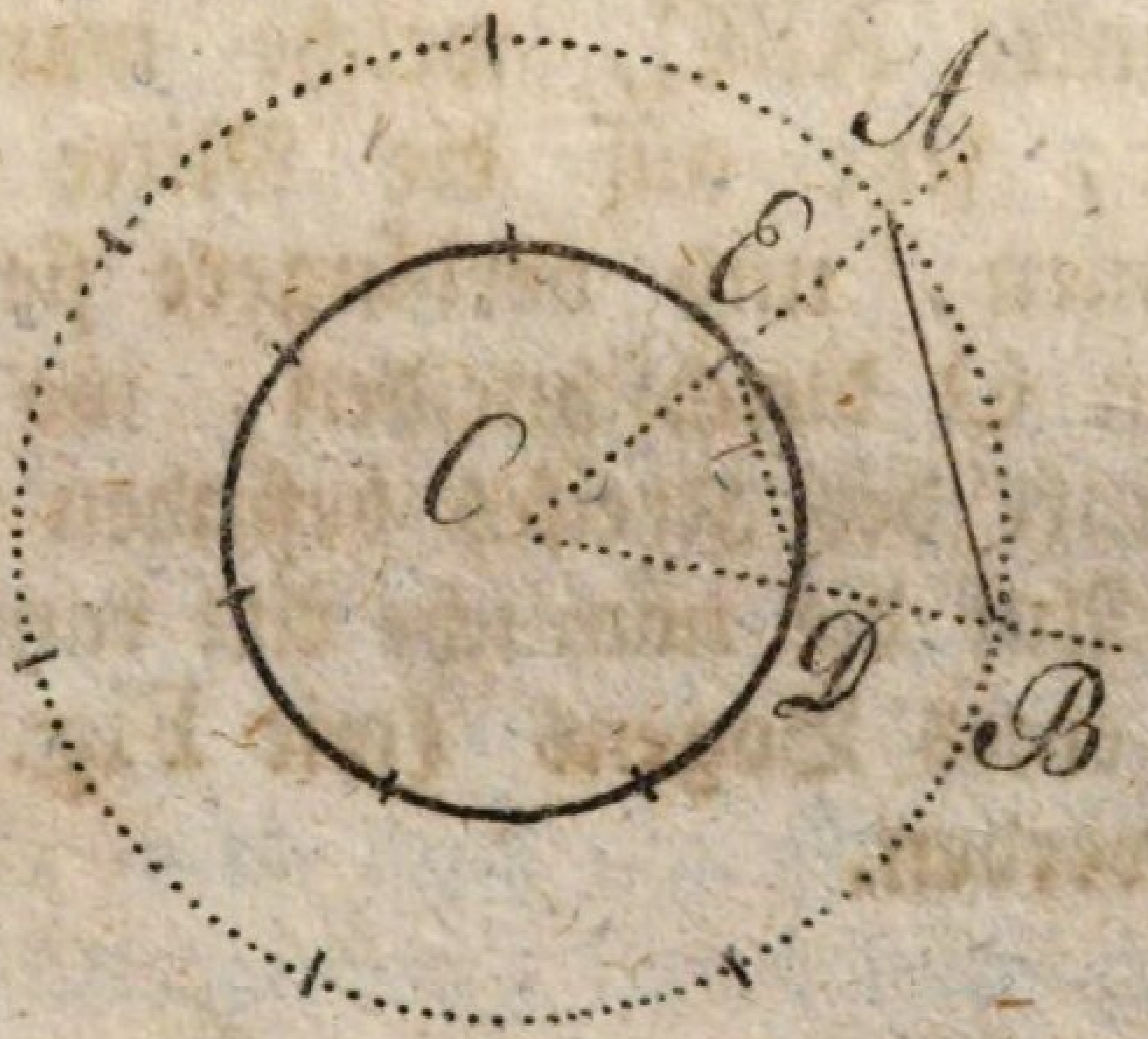
Fig. 68.


Fig. 69.


1) Man theile einen Kreis (Fig. 68.) von beliebiger Größe durch Versuche in sieben gleiche Theile, mache mit dem Halbmesser dieses Kreises aus den Punkten (Fig. 69.) A und B der gegebenen Linie AB die Bögen MN und RS; ferner nehme man (Fig. 68.) den Bogen DE, und trage ihn (Fig. 69.) von M nach N, und von R nach S mit Durchschneidungen, wodurch man die beiden Polygonwinkel bei A und B erhält. Theilt man nun jeden dieser beiden Winkel in zwei gleiche Theile, so werden sich die Theilungs-Linien in O schneiden, und den Mittelpunkt des Kreises bilden, auf welchem die Seite AB siebenmal herumgetragen werden kann.

2) Theilt man (Fig. 70.) einen willkührlichen Kreis in sieben gleiche Theile, und verlängert die Halbmesser CD und CE, so kann die gegebene Linie (Fig. 69.) AB parallel mit (Fig. 70.) DE hineingetragen, und mit dem Halbmesser AC ein Kreis beschrieben werden, worauf sich die Sehne AB siebenmal herumtragen läßt.

Fig. 70.



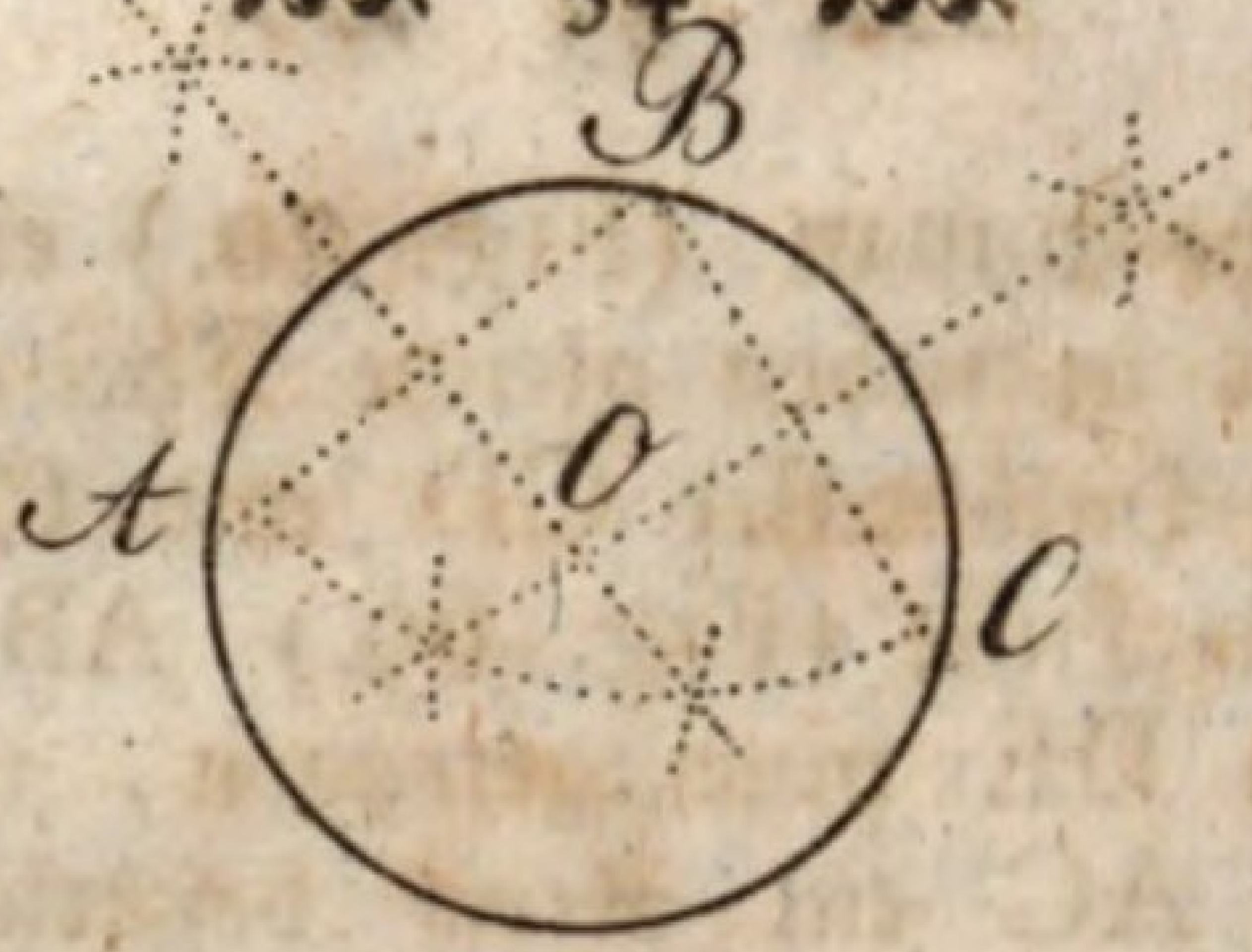
Anmerkung: 1) Unregelmäßige Vielecke werden aus beliebigen Seiten und Winkeln zusammen gesezt.

2) Das Aufzeichnen der Flächen-Figuren nach einem bestimmten Maaße ihrer Linien und Winkel kann erst weiter unten gezeigt werden. Das Bisherige dient theils zur Uebung mit Zirkel und Lineal, theils auch zum wirklichen Gebrauche bei verschiedenen Vorfällen, wo das Maaß nach Willkühr angenommen werden kann.

3) Die nachfolgenden Aufgaben, deren Gründe besser unten vorkommen, gehören auch noch hieher.

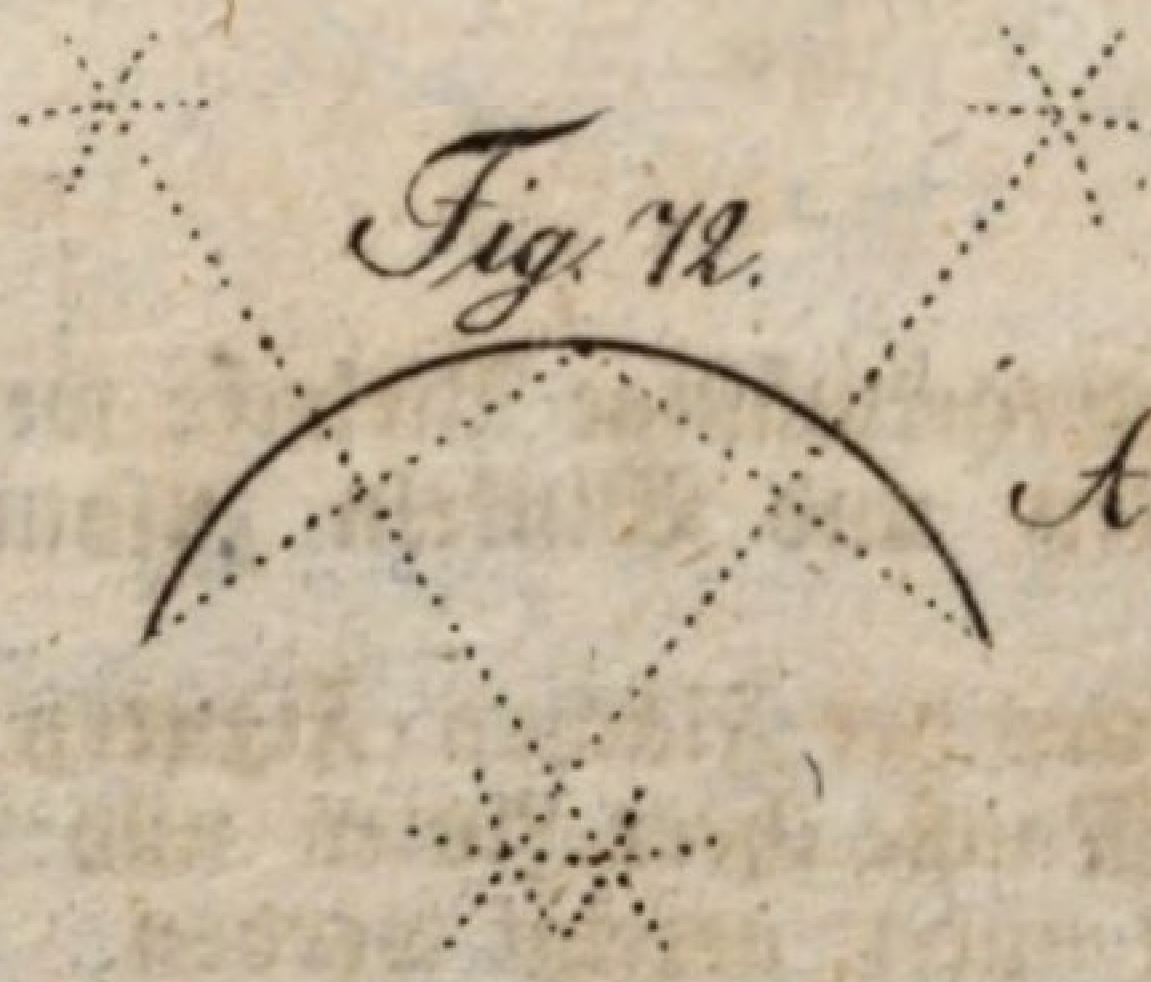
XI. Aufgabe: Den Mittelpunkt eines Kreises zu finden.

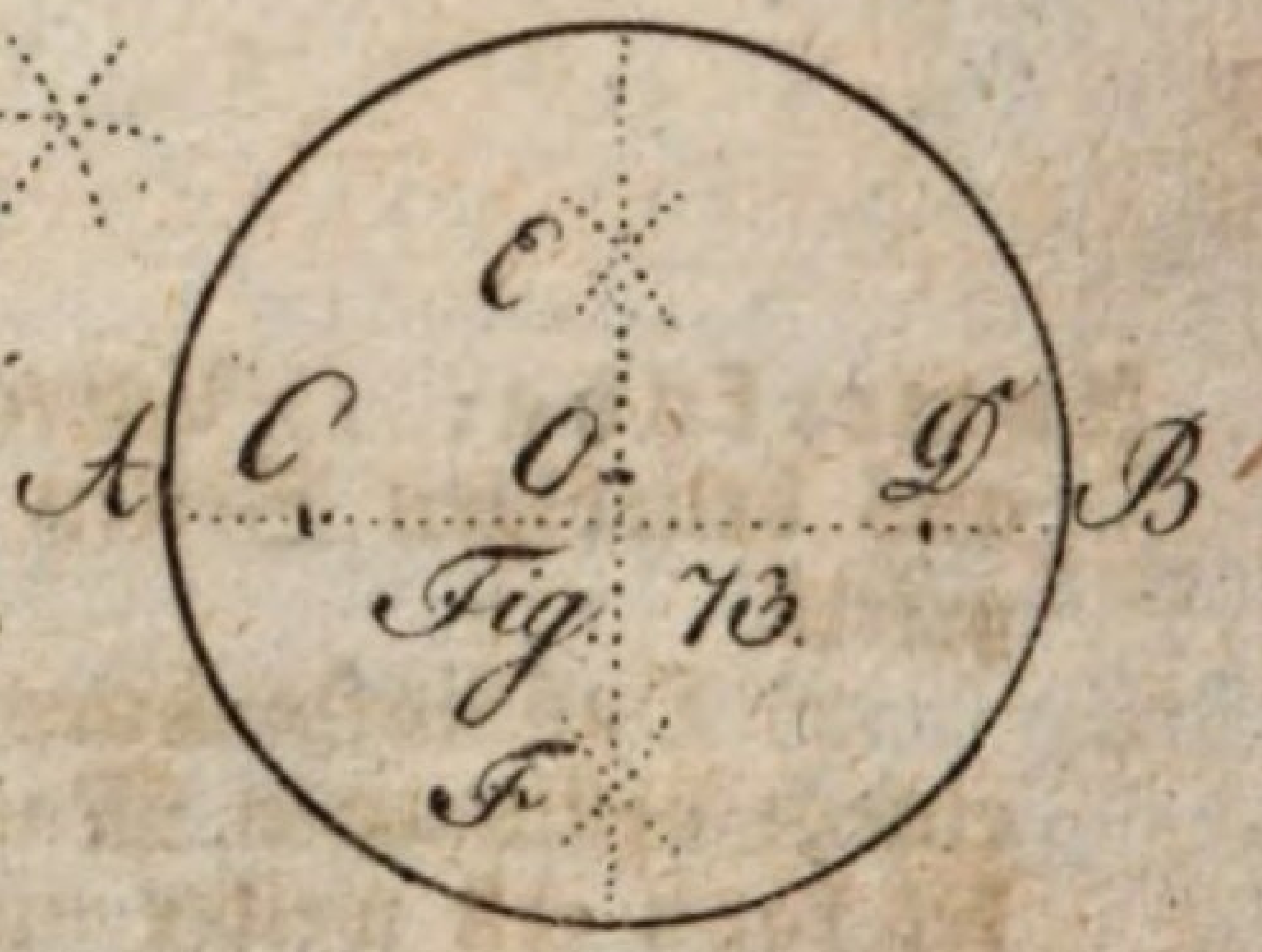
Fig. 71.



1) Man bestimme (Fig. 71.) drei willkührliche Punkte ABC, welche man mit Sehnen verbindet, setze auf die Mitte derselben senkrechte Linien, und verlängere sie so lange, bis sie sich in O durchschneiden, wo sich auch der Mittelpunkt des Kreises befinden wird.

2) Auf die nämliche Art kann auch der Mittelpunkt eines Bogens (wie Fig. 72. zeigt) gefunden werden.





3) Will man den Mittelpunkt eines Kreises (Fig. 73.) finden, wo die Kreuzbögen nicht außerhalb demselben gemacht werden können, wie dieses bei einer abgeschnittenen Walze der Fall ist, so ziehe man ungefähr in der Mitte desselben eine willkührliche Sehne AB, nehme vom äußersten Punkte zwei gleichweit entfernte C und D, und mache aus diesen die Kreuzbögen bei E und F; auf diese Weise erhält man in der

Linie EF den Durchmesser, welcher in zwei gleiche Theile getheilt bei O den Mittelpunkt giebt.

4) Sind bloß drei Punkte gegeben (Fig. 74.), so kann man auch diese nach Ziffer 1. der gegenwärtigen Aufgabe in einen Kreis bringen, jedoch dürfen sie nicht in einer geraden Linie stehen.

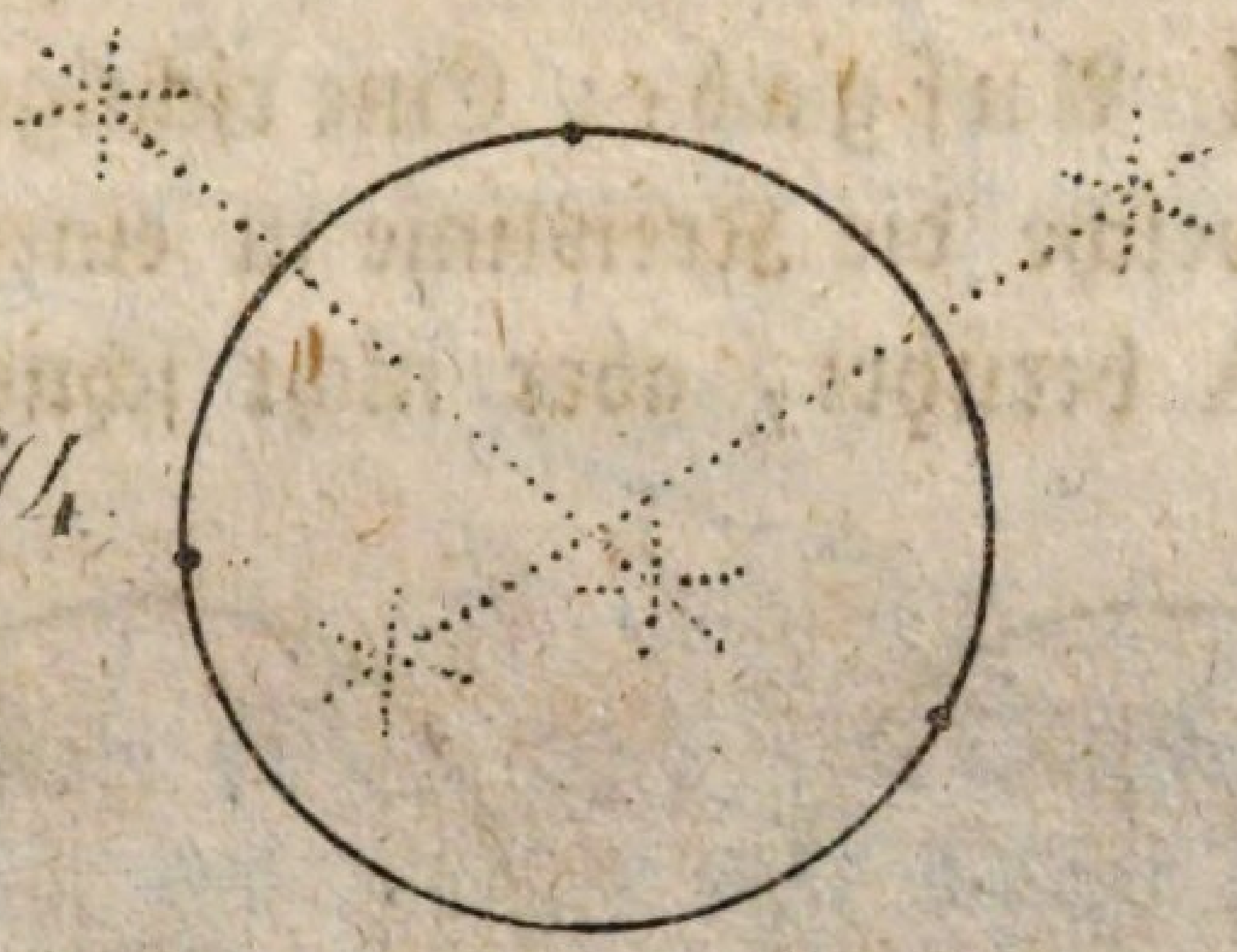


Fig. 74.

5) Eben so wird auch ein Kreis (Fig. 75.) um ein Dreieck beschrieben, wenn man zwei Seiten als Sehnen ansieht, und wie oben verfährt.

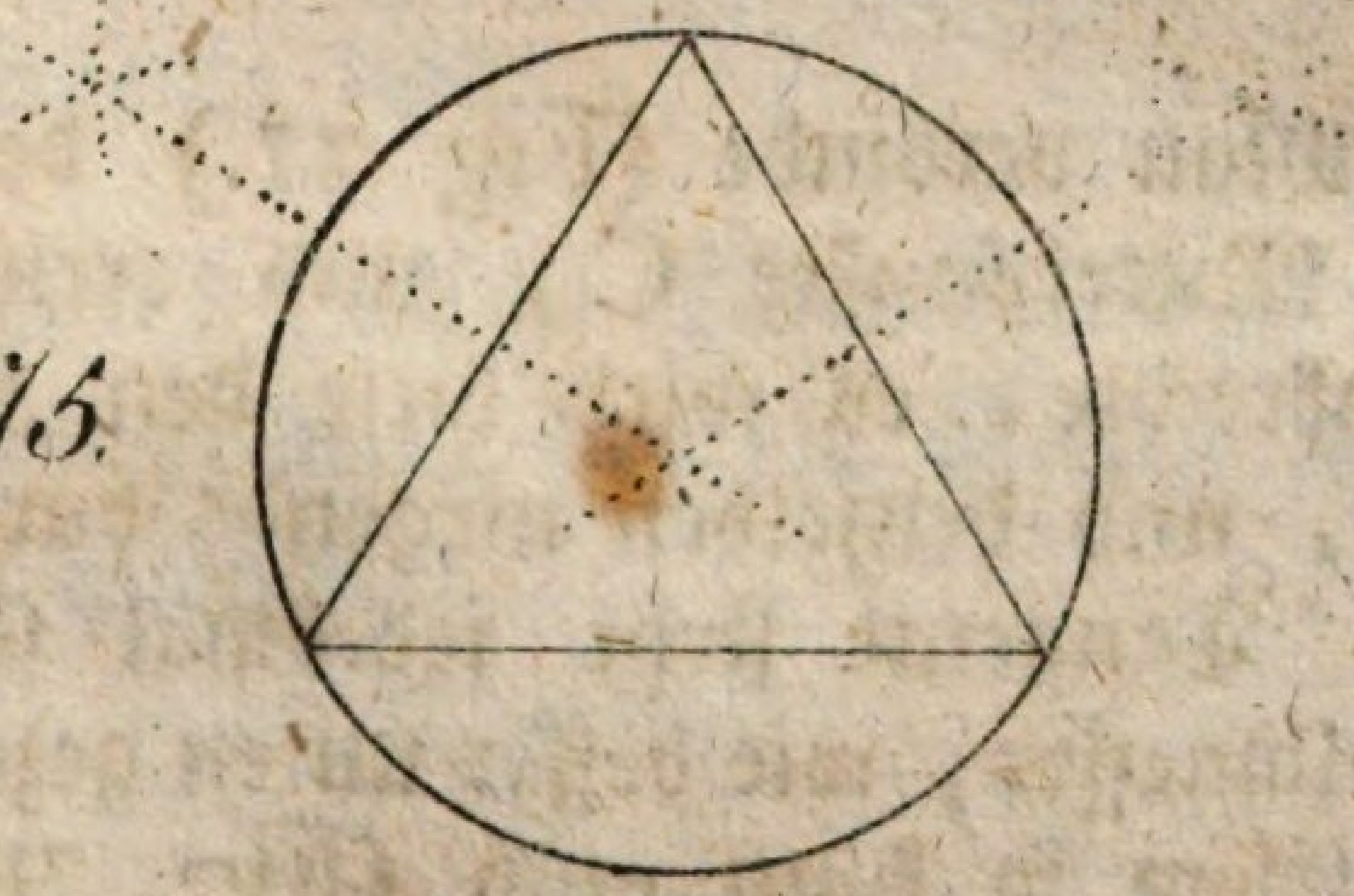


Fig. 75.

XII. Aufgabe: Ein Winkelmaaß zu prüfen.

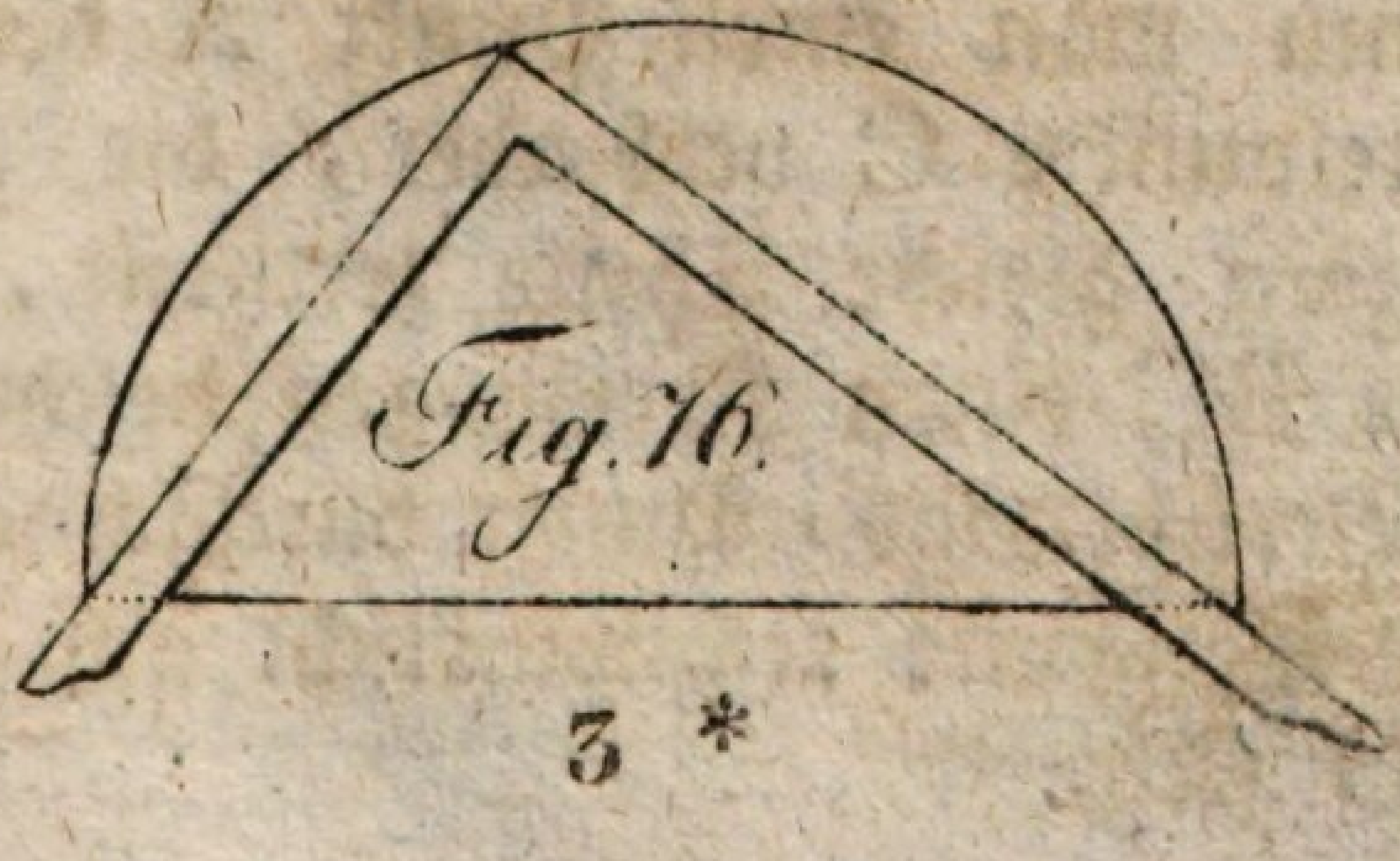


Fig. 76.

Man lege einen Schenkel an das eine Ende (Fig. 76.) des Durchmessers, und die Spitze des Winkels an die Peripherie, wo sodann, wenn das Winkelmaaß den rechten Winkel hat, der andere Schenkel das andere Ende des Durchmessers genau durchschneiden muß.

XIII. Aufgabe: Eine richtige Tangente zu ziehen, welche die Kreislinie in einem bestimmten Punkte A berührt, aber nicht schneidet.

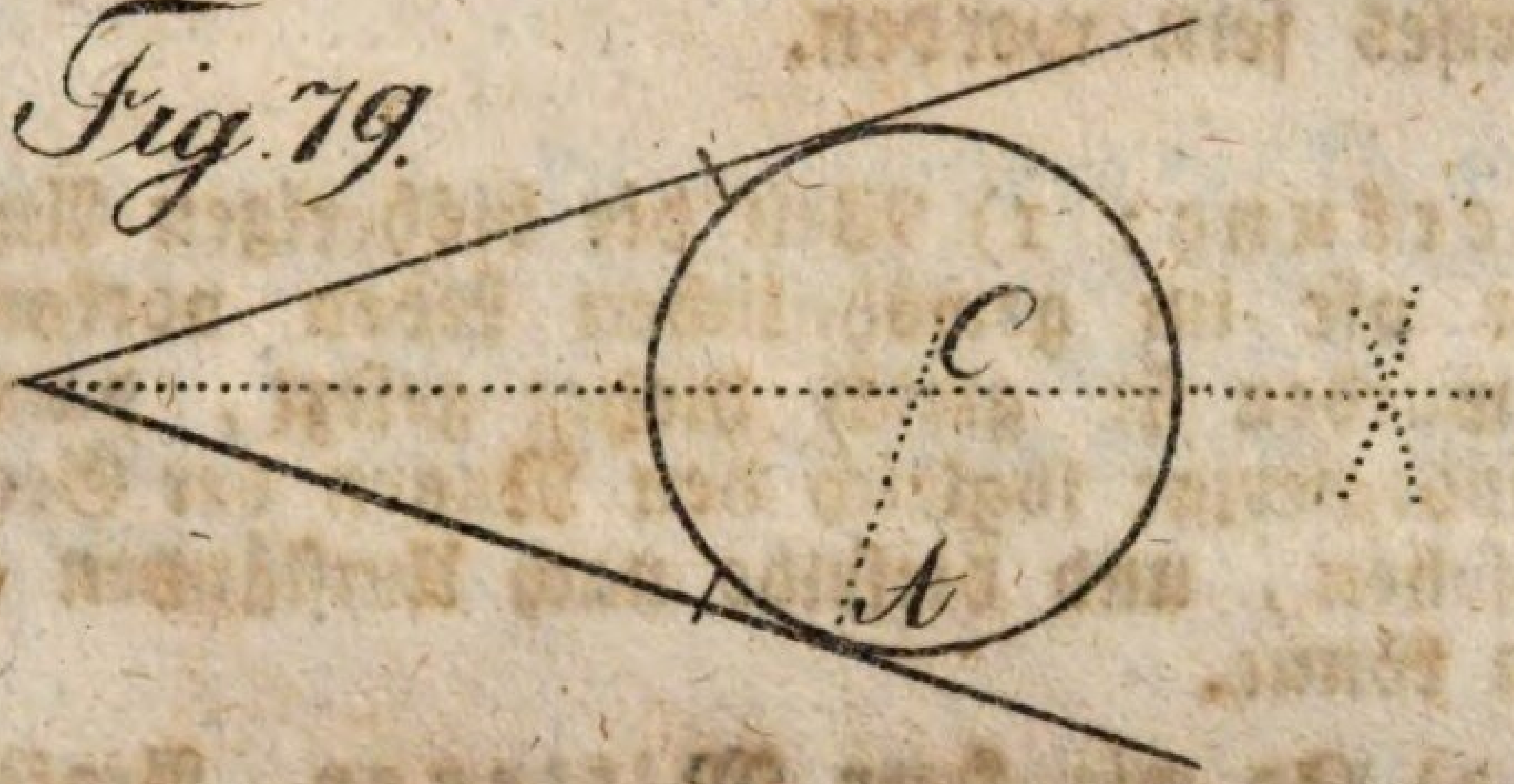
Fig. 77. Fig. 78.

1) Man verbinde (Fig 77.) den Punkt A mit dem Mittelpunkte C, und errichte auf A eine Senkrechte; es wird diese den Kreis genau berühren, und denselben nirgends durchschneiden; denn die Tangente steht jedesmal senkrecht auf ihrem Halbmesser, wie besser unten gezeigt wird.

2) Eben so kann auch (Fig. 78.) der Berührungs-Punkt einer Tangente gefunden werden, wenn man einen Punkt A derselben mit dem Mittelpunkte C verbindet, die ganze Linie AC in zwei gleiche Theile zertheilt, und mit der Hälfte BC einen Kreisbogen beschreibt, welcher den Berührungs-Punkt durchschneidet, weil wieder die Tangente rechtwinklicht auf dem Halbmesser CD steht.

XIV. Aufgabe: Einen Kreis in einen Winkel zu beschreiben, der die Schenkel desselben berührt.

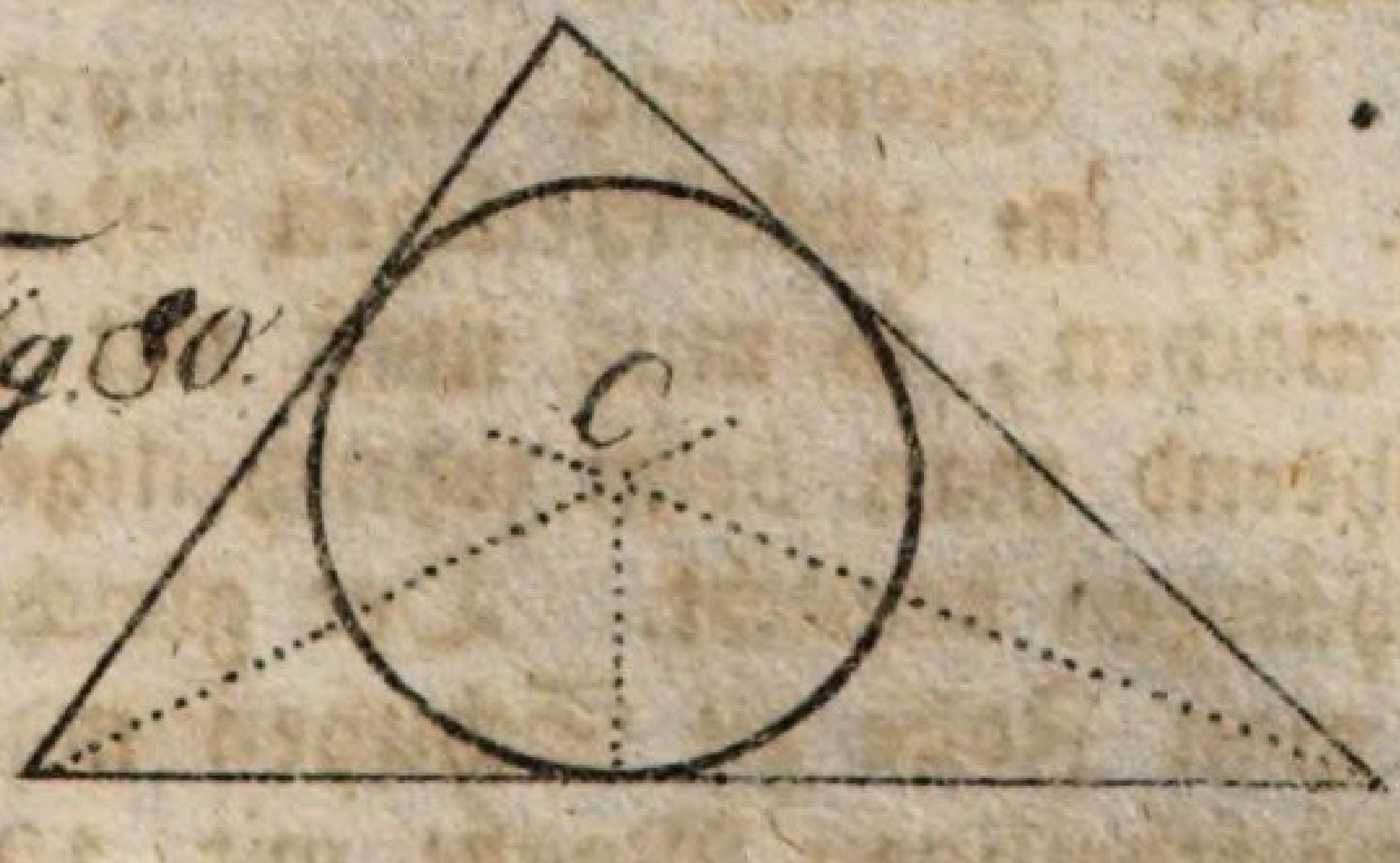
Fig. 79.



Man theile (Fig. 79.) den Winkel in zwei gleiche Theile, und errichte auf einem gegebenen Punkte eines Schenkels, hier in A, eine senkrechte Linie; wo diese die Theilungs-Linie durchschneidet, ist der Mittelpunkt des Kreises, und AC dessen Halbmesser, auf welchem der Schenkel zur Tangente wird.

XV. Aufgabe: Einen Kreis in ein Dreieck so zu beschreiben, daß die Seiten Tangenten des Kreises machen.

Fig. 80.



Man theile (Fig. 80.) zwei Winkel, jeden

in zwei gleiche Theile; in C, wo sich die Theilungs-Punkte durchkreuzen, fälle man Perpendickel auf die Seiten des Dreieckes, welche eine gleiche Länge haben, und somit die Halbmesser des Kreises sein werden.

Anmerkung: 1) Weil die bisherigen Aufgaben sehr oft im gewöhnlichen Leben vorkommen, so wurden sie gleich hieher gesezt, damit der Wißbegierige sogleich den Nutzen der Geometrie einsehen, und dieselbe nach Umständen anwenden könne.

2) So wie Herr Mitterer, Professor in München, in seinem Werke über Geometrie, die Aufzeichnung der Linien, Winkel und Flächen angiebt, habe ich im vorhergehenden, und gegenwärtigen §. die Aufzeichnung dieser Gegenstände mit einigen kleinen Abweichungen angewiesen.

§. 12.

Von dem Längenmaaße.

Das Dezimalmaaß ist seiner Zweckmäßigkeit wegen in der Geometrie eingeführt worden; will man z. B. im zwölftheiligen Maaße Schuhe zu Zoll machen, so muß man mit 12 multipliziren, während man beim zehntheiligen nur eine Nulle anzuhängen braucht. Der gleiche Fall tritt ein, wenn man Zolle zu Schuhen machen will, wo beim zwölftheiligen Maaße mit 12 dividirt, beim zehntheiligen aber nur das lezte Ziffer abgeschnitten werden darf; man soll z. B. 423″ zu

Schuhen machen, so hat man 42′, 3″. Sollen 435‴ zu Schuhen gemacht werden, so hat man 4′, 3″, 5‴. Wenn man dagegen 743′ zu Zollen macht, so erhält man 7430″, und zu Linien, 74300‴.

Anmerkung: Die Eintheilung des Längenmaaßes, und die Verwandlung desselben vom zwölf- in das zehntheilige, und umgekehrt, enthält der erste Theil dieses Werkchens im 46ten, und 111ten §.

§. 13.

Von dem verjüngten Maaßstabe.

Wenn man eine gemessene Linie nach der Anzahl ihrer Schuhe und Zolle ꝛc. zu Papier bringen will, so kann dieses, wie es sich von selbst versteht, nicht in der nämlichen Größe, wie sie der gewöhnliche Schuh giebt, sondern durch ein kleineres oder verjüngtes Maaß geschehen.

Anmerkung: Verjüngen heißt, Linien oder Figuren auf dem Papier im Kleinen so zu verzeichnen, daß sie jenen auf dem Felde ähnlich sind.

Aufgabe: Einen verjüngten Maaßstab — Skala, für das zehntheilige Maaß zu verfertigen.

Fig. 81.

1) Man ziehe eine gerade Linie (Fig. 81.) AB von beliebiger oder von jener Länge, welche der Maaßstab nach einem gewißen Zwecke erhalten soll, und theile dieselbe in mehrere gleiche Theile, hier in vier, so daß AF = FH = HK = KB;

2) Durch die Punkte A, F, H, K und B errichte man Perpendikel von beliebiger Größe, aber gleicher Länge, so daß AC = EF = HG = IK = BD;

3) Eine dieser Linien, etwa AC, theile man in 10 gleiche Theile, bezeichne sie, wenn AC das oberste Perpendikel ist, mit den Numern 1, 2, 3, 4, 5 ꝛc., und ziehe durch alle Theilungs-Punkte Parallellinien mit AB;

4) Eben so theile man die anliegenden Linien AF, und CE in zehn gleiche Theile, und numerire diese auf einer Seite mit 20, 40 &c., auf der anderen hingegen mit 10, 30 &c.;

5) Endlich ziehe man vom Punkte F nach dem Theilungspunkte 10 eine gerade Linie, und ziehe mit dieser durch alle übrigen Theilungspunkte AF, und CE Parallelen, und man hat einen verjüngten Maaßstab oder Skala;

6) Läßt man nun die Weite E 10 einen Fuß gelten, so giebt EC zehn Schuhe, und mn einen Zoll. Läßt man E 10 zehn Schuhe gelten, so gilt mn 1 Schuh, op zwei Schuhe u. s. w. Gilt E 10 zehn Schuhe, und man will z. B. 36 Schuhe abnehmen, so suche man auf AC die Zahl 6, fahre von da abwärts bis zum Punkte s, welcher bis x 36 Schuhe giebt. Die Linie EG hält 100 Schuhe, will man also 136 Schuhe, so giebt dieß die Linie us.

Anmerkung: 1) Will man einen zwölftheiligen Maaßstab machen, so darf man nur (Fig. 81.) die Linie AC in zwölf gleiche Theile theilen, und so wie in diesem §. gesagt wurde, verfahren.

2) Da diese Maaßstäbe auf dem Papiere sehr verstochen werden, so hat man sie gewöhnlich auf Messing gezeichnet.

III. Abschnitt.

Von den nöthigsten Lehrsätzen der Winkel.

§. 14.

Lehrsaz: Die Nebenwinkel halten zusammen 180°, und sind gleich zwei Rechten.

Beweis: Wenn man (Fig. 82.) den Zirkel in den gemeinschaftlichen Scheitelpunkt A sezt, so kann man einen halben Kreisbogen um selben ziehen, der 180 ° hält.

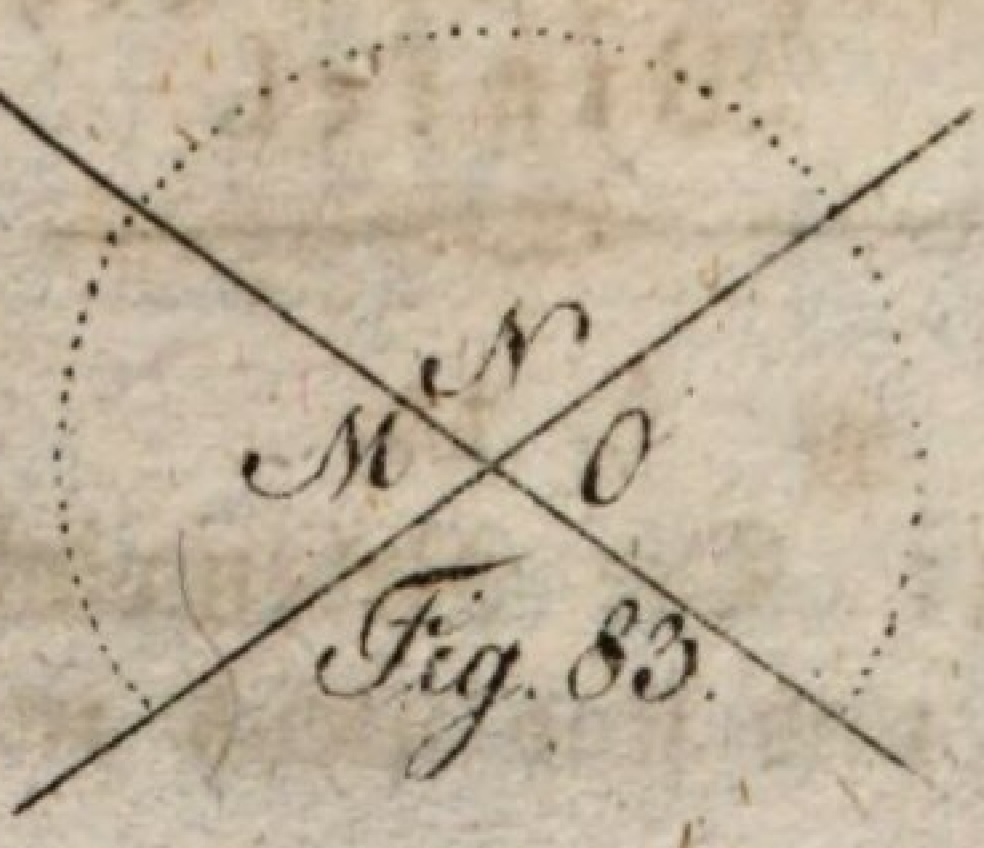
I. Zusaz: Ist also einer von den beiden Nebenwinkeln bekannt, so ist es auch der andere, weil er der Rest von 180 ° ist. Wenn einer aufgezeichnet ist, so bleibt der andere von sich selbst übrig.

II. Zusaz: Wenn ein Nebenwinkel ein rechter ist, so ist es auch der andere, indem der Rest 90 ° giebt.

Anmerkung: In der Geometrie wird der Ergänzungswinkel zu 90° Komplementswinkel, oder das Komplement genannt; der Ergänzungswinkel zu 180° aber heißt in selber das Supplement.

§. 15.

Lehrsaz: Die Scheitelwinkel sind gleich groß.

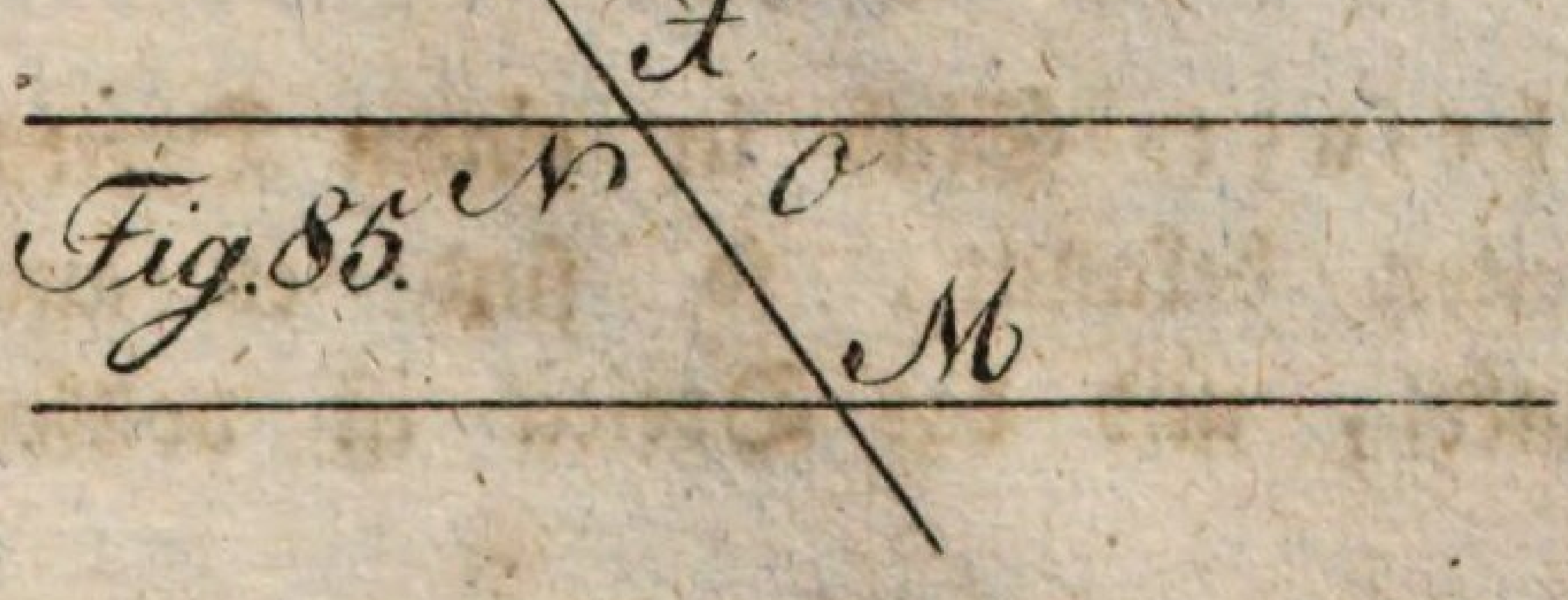


Beweis: Die Winkel (Fig. 83.) M und N haben den halben Kreisbogen zum Maaße, eben so O und N. Wenn man von beiden Gleiches, nämlich N nimmt (§. 4. Ziffer 9.), so bleibt der Winkel M gleich dem Winkel O.

Zusaz: Wenn (Fig. 84.) einer von den vier Vertikalwinkeln gegeben ist, so sind auch alle übrigen schon bekannt; denn wird z. B. der Winkel A gegeben, so ist B als sein Nebenwinkel, und C und D als ihre beiden Vertikalwinkel bekannt.

§. 16.

Lehrsaz: Werden (Fig. 85.) zwei Parallellinien von einer geraden dritten Linie durchschnitten, so sind:



1) Die Wechselwinkel M und N einander gleich; 2) der äußere Winkel X ist dem innern

M gleich; 3) die beiden innern Winkel O und M halten zusammen 180°.

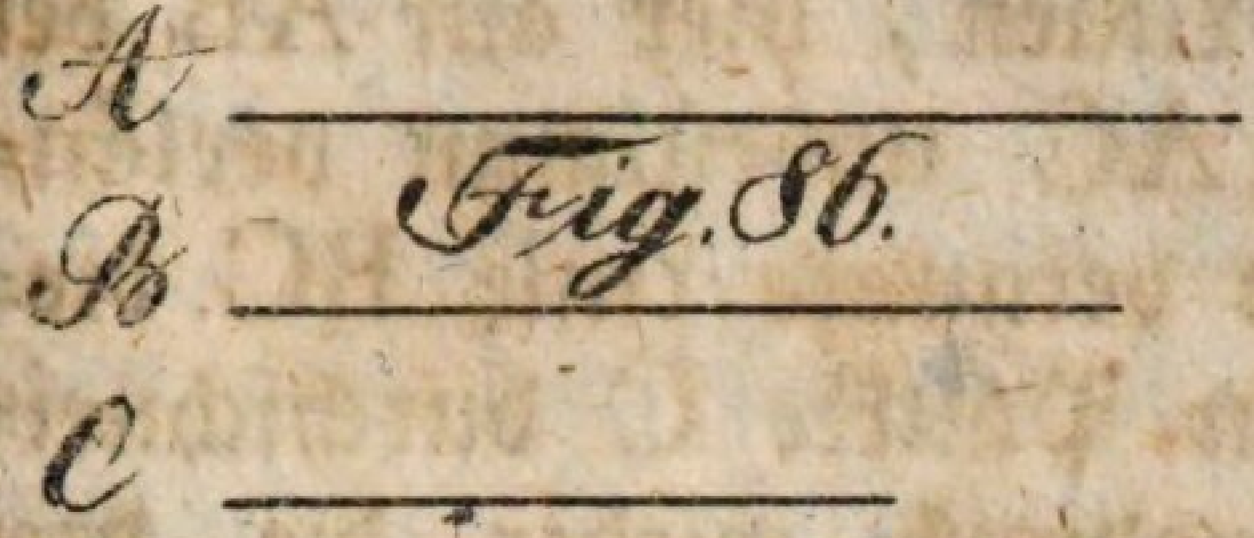
Beweis: Die Parallellinien, sie mögen nahe beisammen, oder weit auseinander stehen, behalten mit der durchschneidenden Linie die nämliche Lage bei. Werden sie nun immer näher zusammen gerückt, so decken sich endlich sowohl die Linien, als Winkel. Demnach ist 1) M = N, weil sie beim Aufeinanderlegen Vertikalwinkel bilden; 2) sezt man statt N das gleiche M, so ist auch X = M; 3) da X und O als Nebenwinkel 180° halten, und man der Gleichheit wegen statt dem Winkel X den Winkel M setzen kann, so halten auch M und O zusammen 180°.

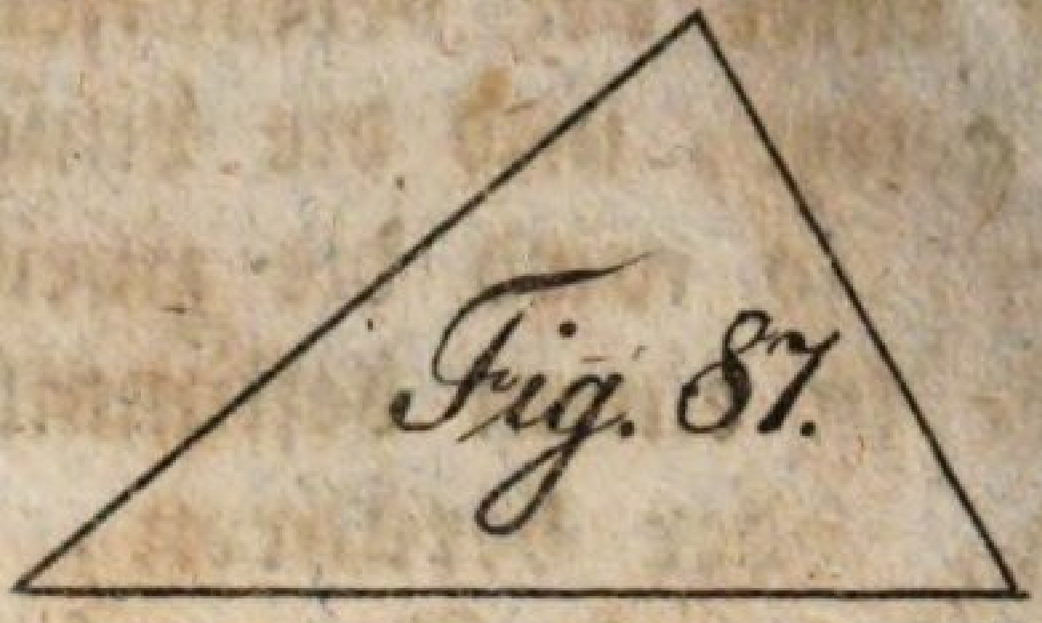
Zusaz: Jene Linien sind also parallel, von welchen die drei obigen Fälle erwiesen werden können.

Anmerkung: Hierin liegt die Ursache, der im §. 10. Aufgabe VI. Ziffer 2. angeführten Auflösung, Parallellinien zu ziehen, wo bei A und B Wechselwinkel vorkommen.

§. 17.

Lehrsaz: Sind in einem Dreiecke die drei Seiten bekannt, so sind es auch die drei Winkel, und das Dreieck ist vollkommen bekannt.



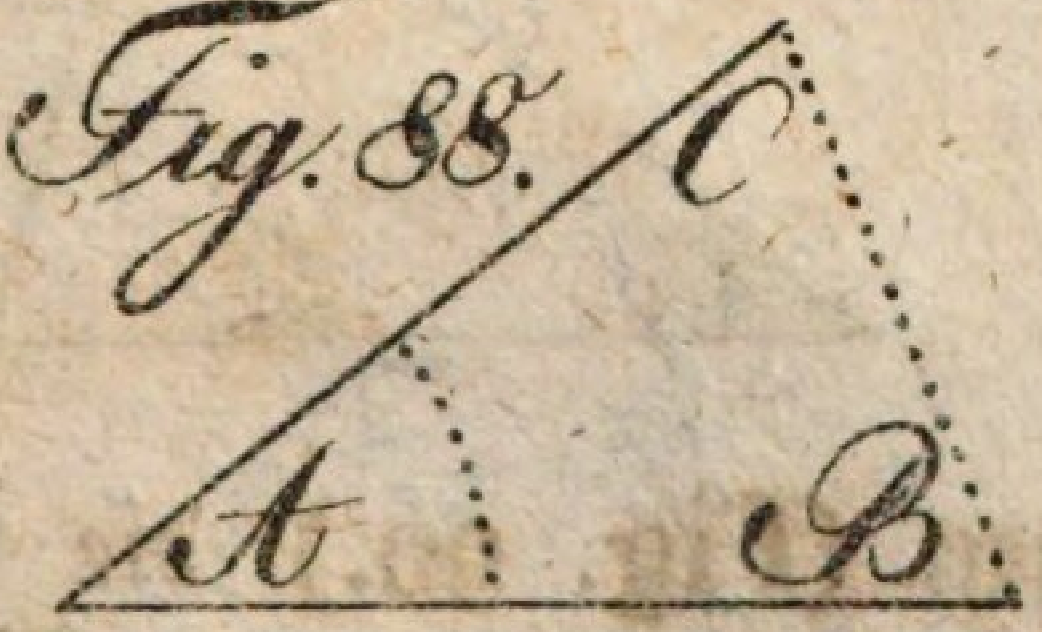


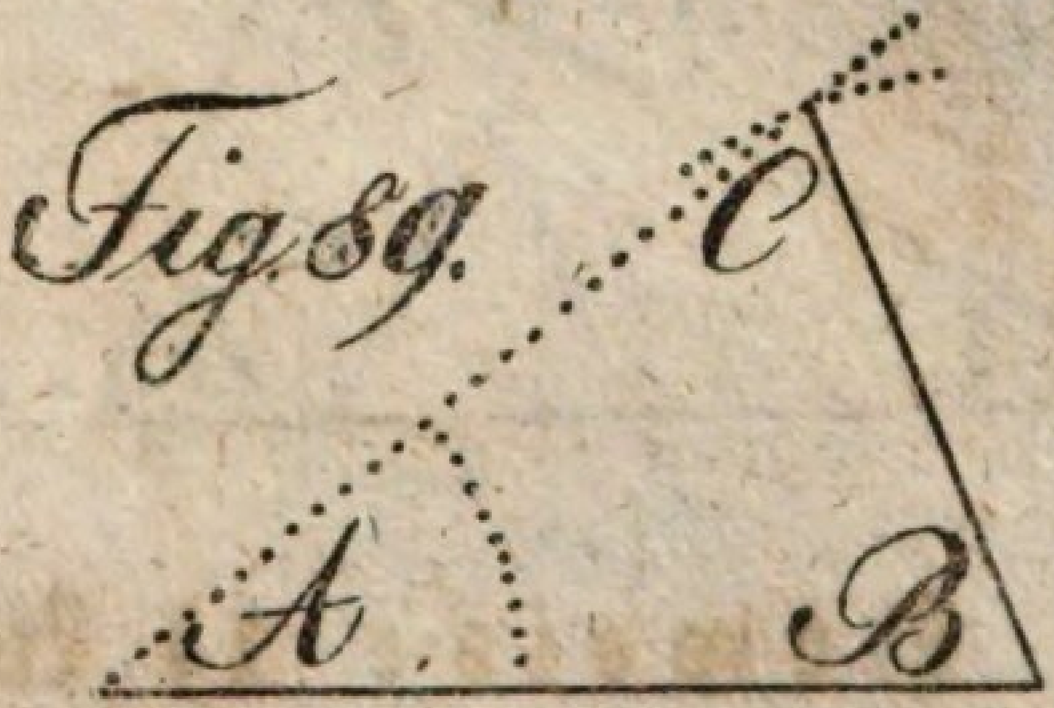
Beweis: Sezt man (Fig. 86.) die Linien A, B und C zusammen, so bestimmen sich (Fig. 87.) die Winkel von sich selbst, und das Dreieck bleibt immer das nämliche, man mag den Linien eine Lage geben, welche man will.

Zusaz: Zwei Dreiecke, die durchaus gleiche Seiten haben, sind also auch einander gleich und ähnlich — kongruent.

§. 18.

Lehrsaz: Wenn zwei Seiten, und ein Winkel bekannt sind, so ist ebenfalls das ganze Dreieck bekannt.





Beweis: 1) Sind (Fig. 88.) die zwei Seiten AB und AC, und der Winkel A, den sie einschließen, bekannt, und man verbindet die Endespunkte B und C der gegebenen Linien, so bestimmen sich die zwei Winkel und die dritte Seite von sich selbst;

2) Ist ein anderer (Fig. 89.), als der eingeschlossene Winkel A gegeben, und wird dieser

auf einer der bekannten Linien, hier auf AB bei A gesezt, und die Linie AC unbestimmt verlängert, so wird die zweite bekannte Linie BC dieselbe in einem bestimmten Punkte C durchschneiden, oder berühren, wodurch wieder die drei Winkel und Seiten bekannt werden.

Zusaz: Zwei Dreiecke, in welchen zwei Seiten und ein Winkel in dem einem gleich sind, sind auch gleich zwei Seiten und einem Winkel in dem andern Dreiecke, und daher einander vollkommen gleich und ähnlich — kongruent.

§. 19.

Lehrsaz: Wenn in einem Dreiecke nur eine Seite und zwei Winkel gegeben sind, so ist wieder das ganze Dreieck bekannt.

Fig. 90

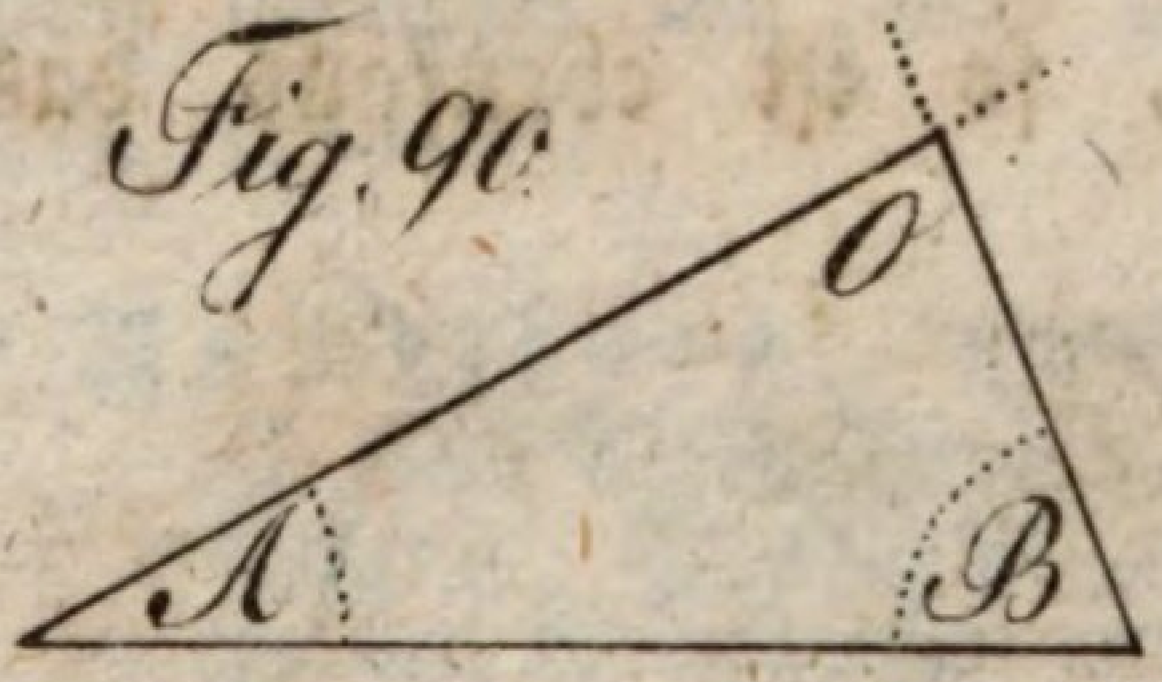
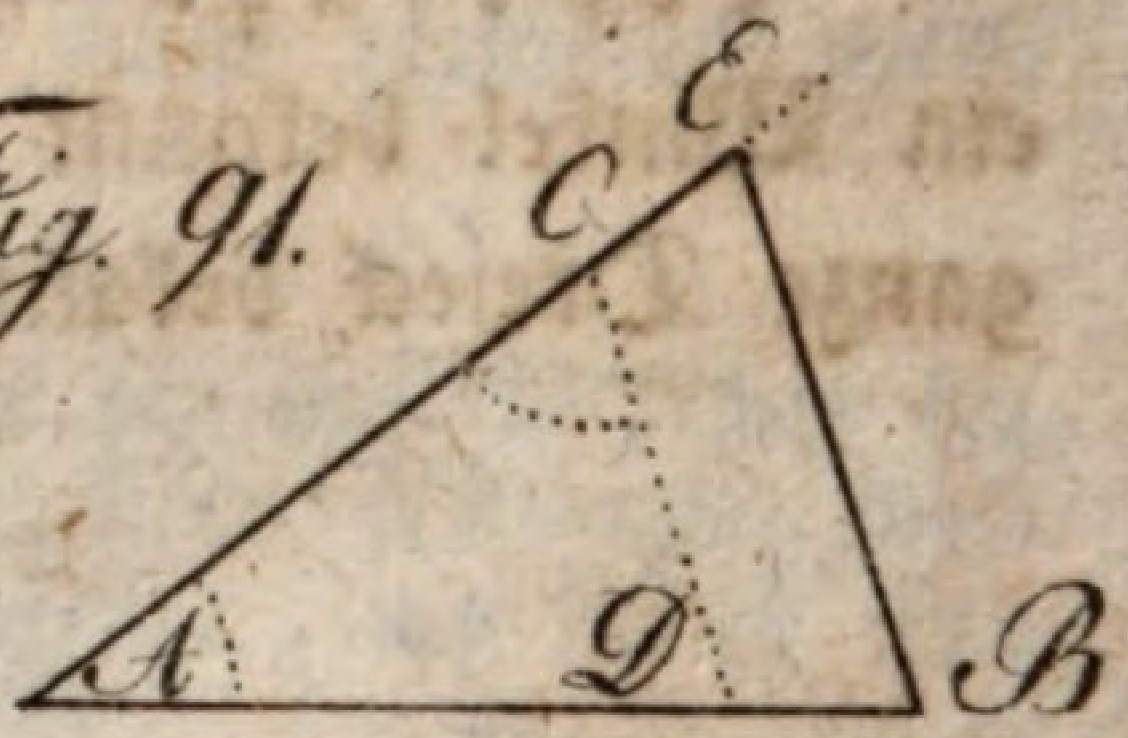


Fig. 91.



Beweis: 1) Liegen (Fig. 90.) die beiden Winkel A und B auf der bekannten Seite AB, so wird sich der dritte Winkel, und die Länge der beiden Seiten durch die Verlängerung der beiden Schenkel, die sich in einem bestimmten Punkte O durchschneiden werden, von sich selbst bilden;

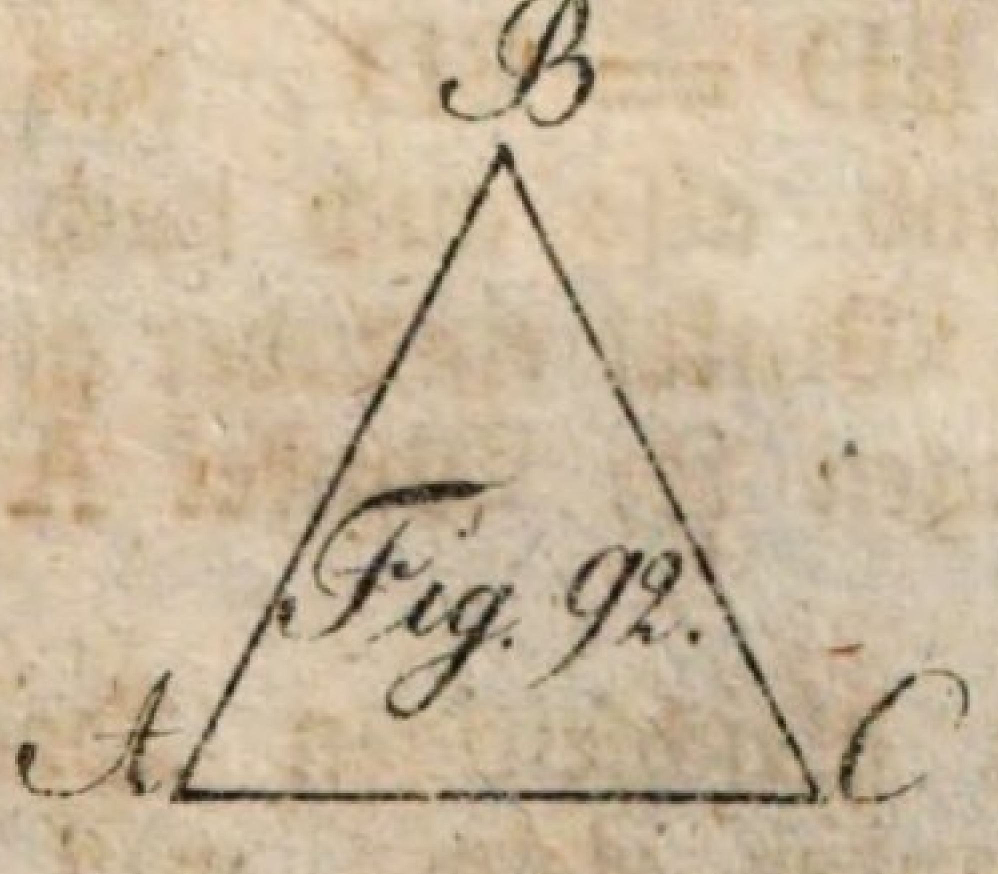
2) Liegt von den zwei bekannten Winkeln (Fig. 91.) nur einer auf der bekannten Seite AB, hier der Winkel A, so wird der andere

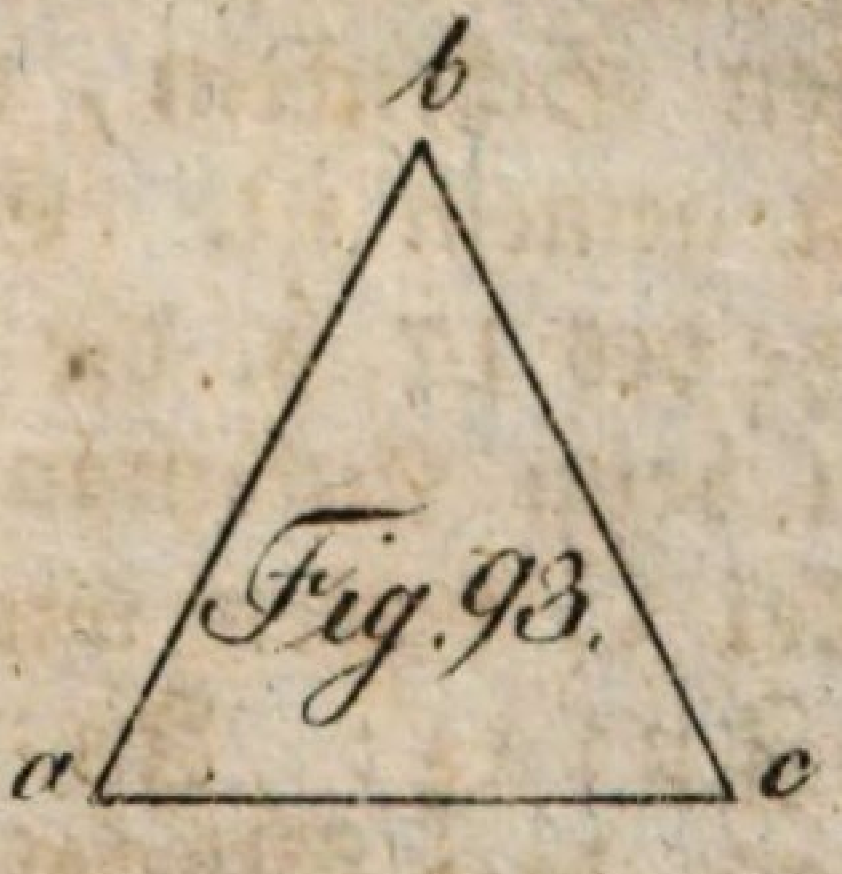
auf einem willkührlichen Punkte der bekannten Seite AC gesezt, und der Schenkel CD gezogen, welcher die Linie AB in D schneidet. Wird nun aus dem Punkte B eine Parallellinie mit CD gemacht, so bestimmt diese wieder das ganze Dreieck AEB.

Zusaz: Sind also eine Seite und zwei Winkel in einem Dreiecke gleich einer Seite und zwei Winkeln in einem andern, so sind auch beide Dreiecke kongruent.

§. 20.

Lehrsaz: In Dreiecken, die einander gleich und ähnlich sind, stehen gleichen Winkeln gleiche Seiten, und gleichen Seiten gleiche Winkel gegenüber.





Beweis: Man lege (Fig. 92. und 93.) die Dreiecke ABC, acb in der Art aufeinander, daß die gleichen Seiten AB und BC auf bc und ab fallen, so werden sich die gleichen Winkel einander decken, und legt man die gleichen Winkel zusammen, so decken sich die gleichen Seiten.

§. 21.

Lehrsaz: In den gleichschenklichten Dreiecken sind die Winkel an der Grundlinie einander gleich. A = C.

Beweis: Wenn man (Fig. 94.) die Grundlinie AC in zwei gleiche Theile theilt, und aus dem Winkel D, der dem Theilungspunkte B gegenüber steht, eine Linie auf diesen zieht, so erhält man zwei Dreiecke, wo AB = BC wegen der gleichen Abtheilung, AD = CD wegen den gleichen Schenkeln, und BD = BD, das ist, beiden gemein ist. Es sind also auch nach dem Zusatze des 17. §. die drei Winkel einander gleich, indem beim Aufeinanderlegen der Winkel A den Winkel C decken wird.

Zusaz: In dem gleichseitigen Dreiecke sind alle drei Winkel einander gleich, weil dasselbe auch gleichschenklicht ist, und alle drei Winkel durch Verwendung des Dreieckes zu Winkeln an der Grundlinie gemacht werden können.

§. 22.

Lehrsaz: Die drei Winkel in einem Dreiecke halten zusammen 180° (§. 2.).

Beweis: Man verlängere (Fig. 95.) alle drei Seiten des Dreieckes, und ziehe mit der Grundlinie AB an der Spitze des obern Winkels eine Parallellinie CD; diese beiden Parallellinien werden durch EI und GI durchschnitten, und bilden bei E und F, G und H Wechselwinkel, welche, wie oben erwiesen wurde, einander gleich sind. Man kann also statt dem Winkel E, den Winkel F, und statt G, den Winkel H setzen. Da sich nun aus der Spitze I ein halber Kreisbogen um alle drei Winkel beschreiben läßt, welcher 180° hält, so ist es klar, daß die drei Winkel zusammen 180° ausmachen.

I. Zusaz: In einem Dreiecke können nie mehr als ein rechter oder ein stumpfer Winkel sein, weil zwei rechte schon 180° und zwei stumpfe darüber ausmachen, und daher für den dritten Winkel nichts mehr übrig bleiben würde.

II. Zusaz: Jeder Winkel im gleichseitigen Dreiecke hält 60°, weil dreimal 60 gerade 180° ausmachen.

III. Zusaz: Wenn das rechtwinklichte Dreieck auch gleichschenklicht ist, so hat jeder von den zwei andern Winkeln 45°, das ist, die Hälfte

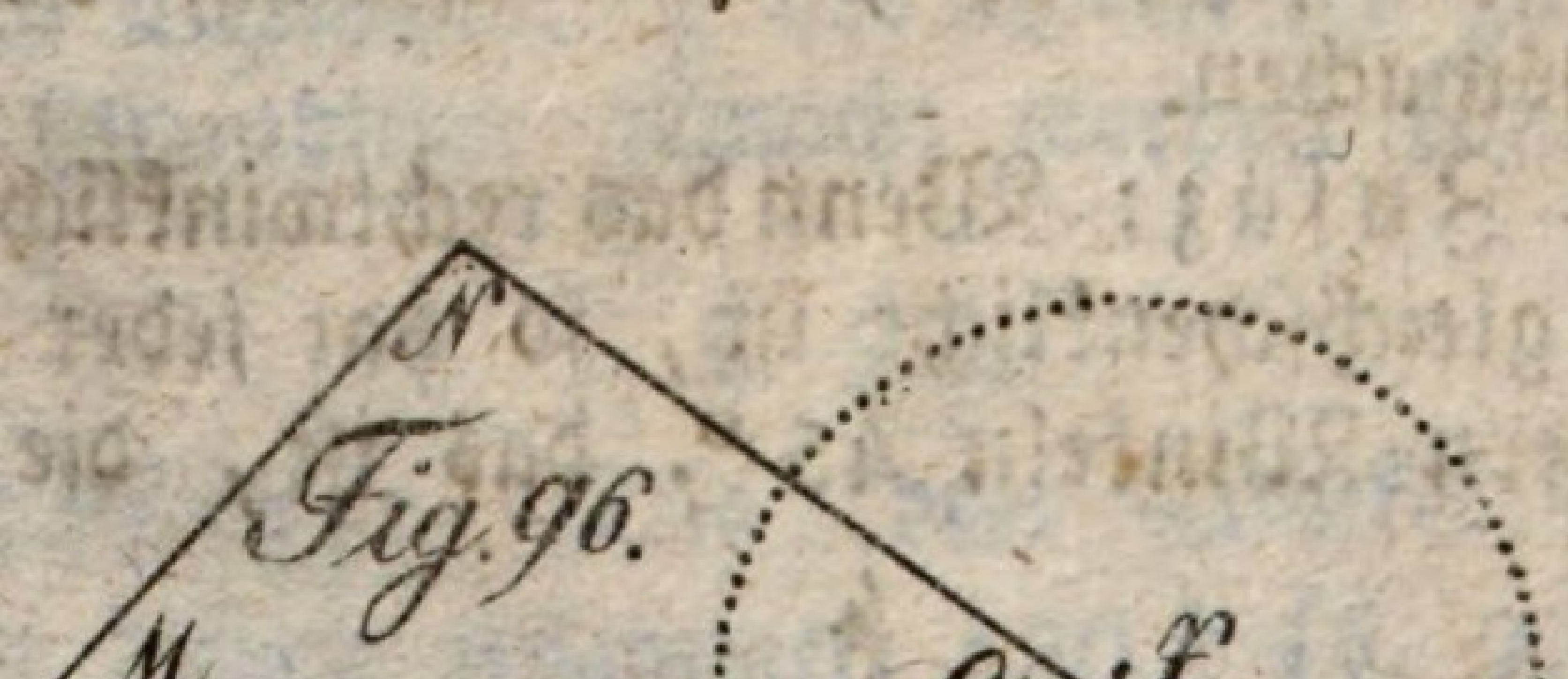
des rechten Winkels, indem 90° + 45° + 45° = 180°.

IV. Zusaz: Ist im gleichschenklichten Dreiecke ein Winkel bekannt, so sind alle drei bekannt. Im Falle es der an der Spitze ist, so sind die beiden an der Grundlinie der Rest von 180°. Ist aber einer an der Grundlinie bekannt, so nimmt man ihn zweimal, und zieht ihn von 180° ab, wodurch man den Winkel an der Spitze erhält. Wenn also in einem gleichschenklichten Dreiecke eine Seite und ein Winkel gegeben ist, so bilden sich beim Aufzeichnen die übrigen Seiten und Winkel von sich selbst.

V. Zusaz: Weil sich durch eine Diagonallinie ein jedes Viereck in zwei Dreiecke theilen läßt, von welchen die Winkel eines jeden 180° betragen, so sind die vier Winkel eines Viereckes gleich 360°. Werden also die Winkel eines Viereckes um einen Punkt herumgetragen, so nehmen sie einen ganzen, und die eines Dreieckes einen halben Kreisbogen ein.

§. 23.

Lehrsaz: Der äußere Winkel, der n einem Dreiecke durch die Verlängerung einer Seite entsteht, ist gleich den zwei innern entgegengesezten. X = M + N.



Beweis: Der Winkel (Fig. 96.) O hält mit M und N 180°, als die drei Winkel eines Dreieckes; aber auch O hält mit X als Nebenwinkel 180°: daher X so groß sein muß, als M und N mit einander, weil der Winkel O überall abgezogen werden kann.

Zusaz: Wenn der äußere Winkel eines gleichschenklichten Dreieckes gegeben ist, so sind in selbem wieder alle drei Winkel bekannt, weil entweder einer an der Grundlinie, oder der an der Spitze als Nebenwinkel bekannt wird, und die übrigen durch Subtraktion von 180° gefunden werden.

§. 24.

Lehrsaz: Ein jedes Parallellogram kann durch eine Diagonallinie in zwei kongruente Dreiecke getheilt werden.

Fig. 97.

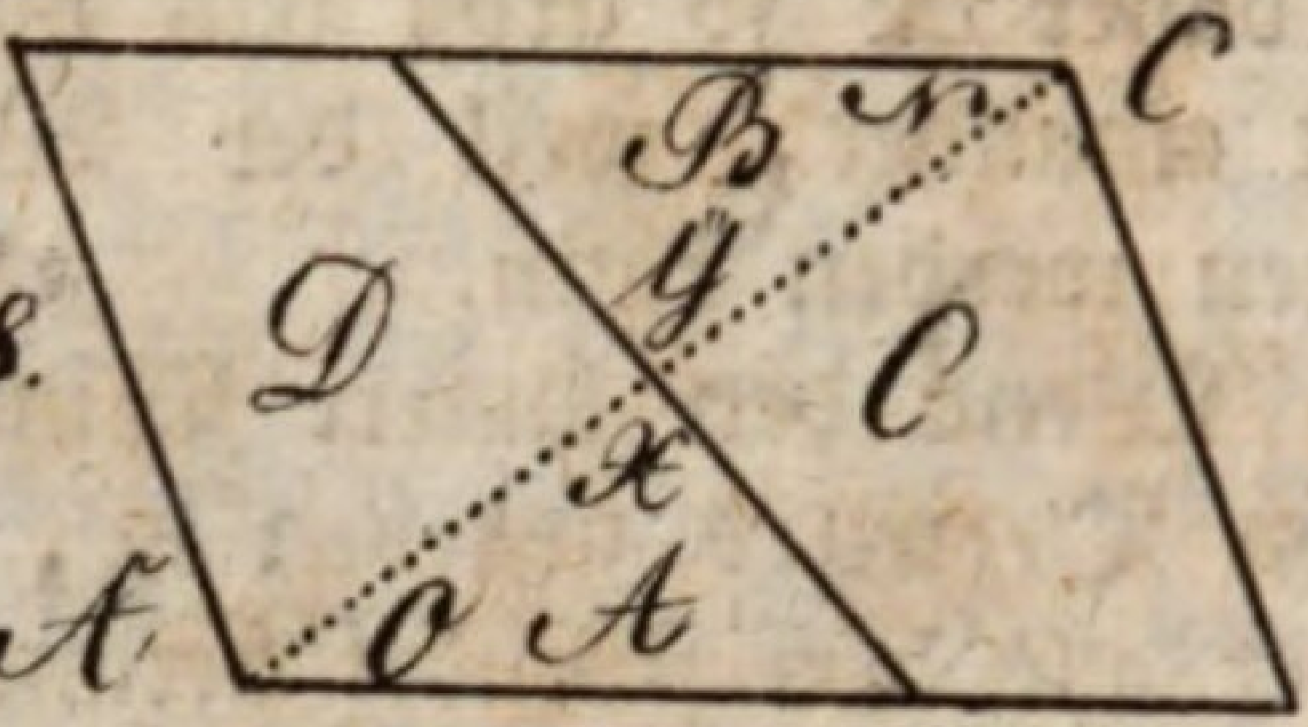
Beweis: Die Linie (Fig. 97.) AB = CD, AC = BD, und BC beiden gemein; es sind also auch die drei Winkel einander gleich, und folglich das Dreieck ABC ≌ BCD.

§. 25.

Lehrsaz: Wenn in einem Parallel-

lograme eine Linie, wie immer, durch den Mittelpunkt der Diagonallinie gezogen wird, so ist dasselbe in zwei gleiche Theile getheilt.

Fig. 98.



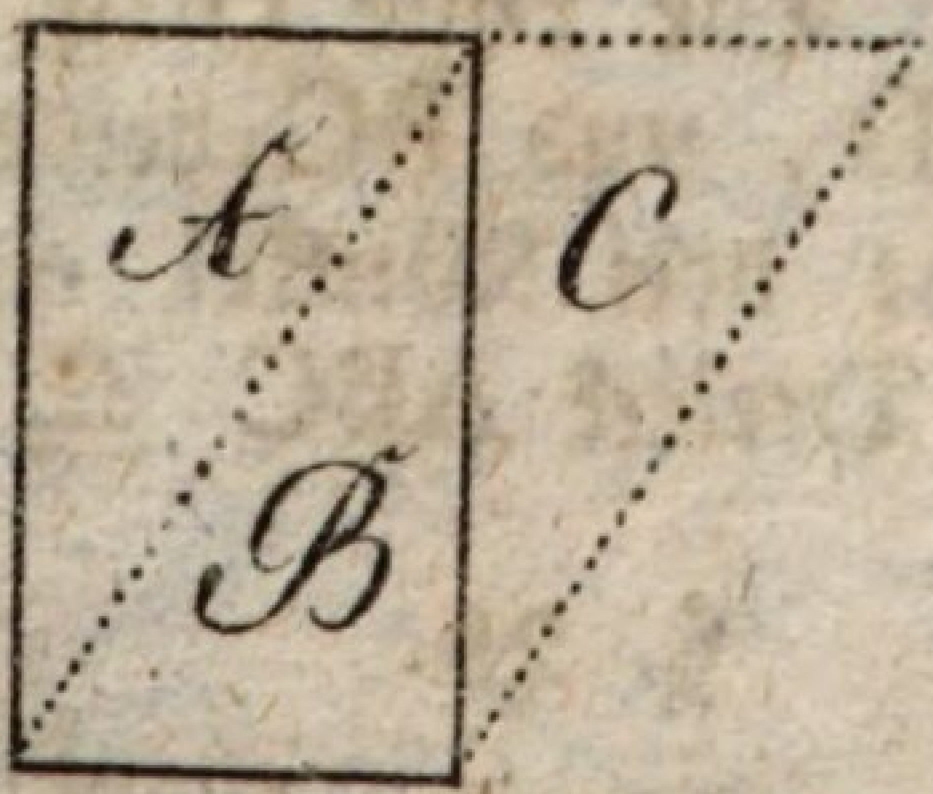
Beweis: Das Dreieck (Fig. 98.) A ist gleich dem Dreiecke B, weil die Vertikalwinkel X = Y, die Wechselwinkel O = N, und die Seite AX = YC, folglich zwei Winkel und eine Seite einander gleich sind.

Es ist ferner A + C = A + D. Nimmt man die gleichen Theile A und B hinweg, welches nach §. 4. Ziffer 9. ohne Verletzung der Gleichheit geschehen kann, so ist C = D. Wird nun zu C das B, und zu D das A hinzu gethan, so erscheint A + D = C + B.

§. 26.

Lehrsaz: Parallelograme von einerlei Grundlinie und Höhe sind einander gleich.

Fig. 99.

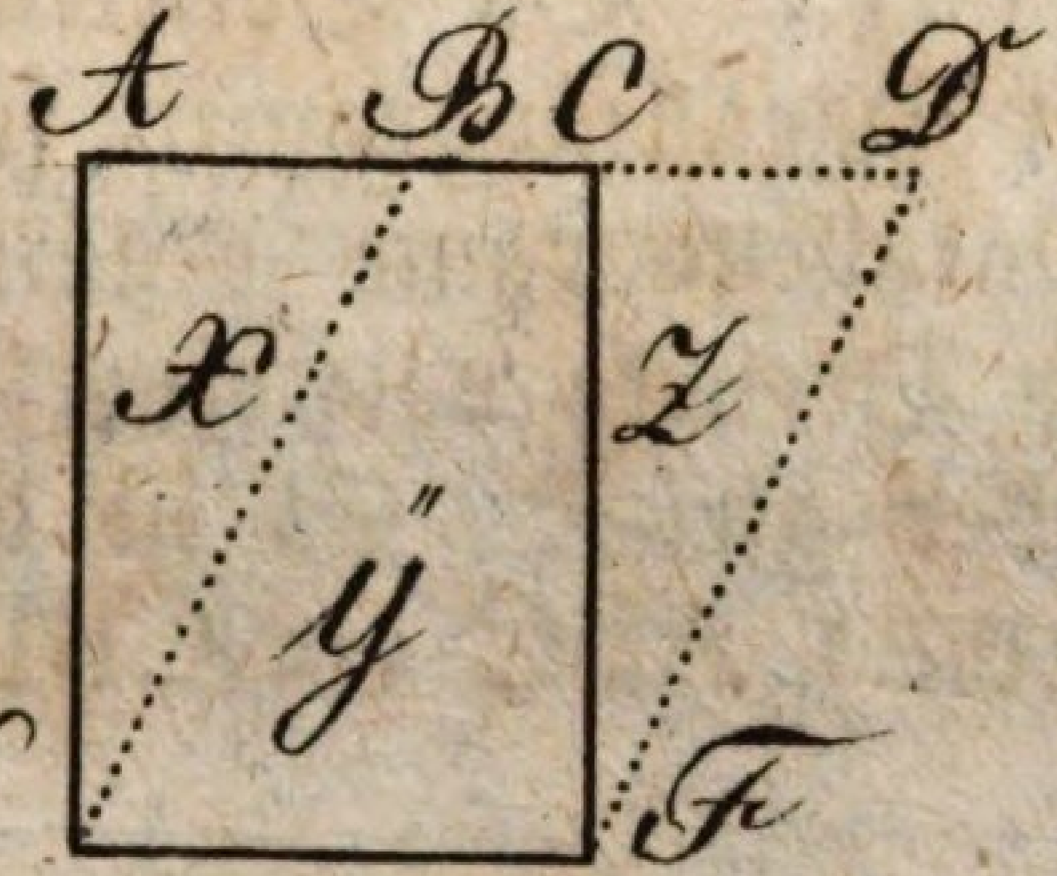


Beweis: Dreierlei Fälle können hier vor-

kommen, wie die Fig. 99., 100. und 101. zeigen, wo überall die Parallellograme anders verschoben sind.

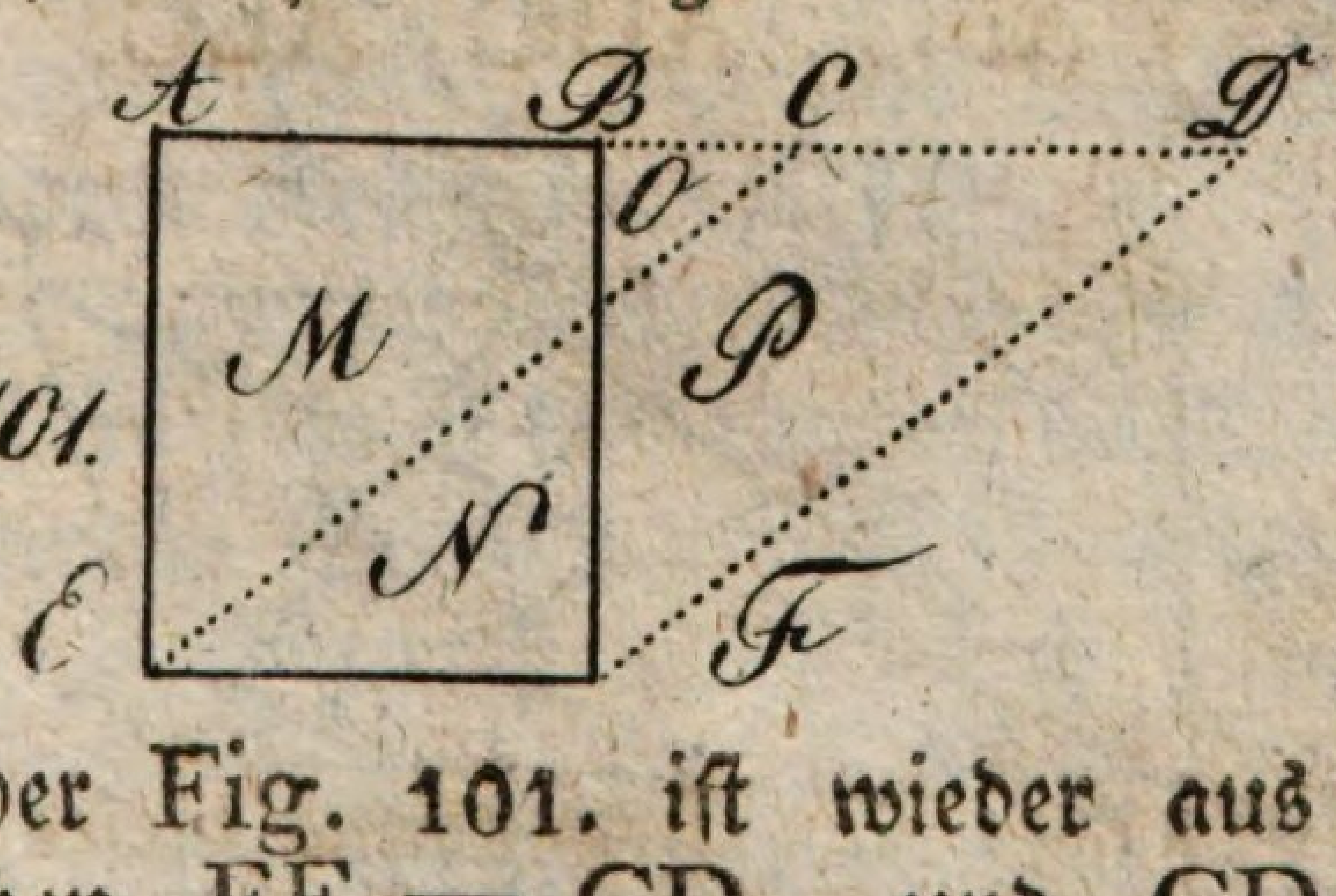
Bei der Fig. 99. ist das Dreieck A = B, und B = C wegen den Diagonallinien, welche die Parallellograme in zwei gleiche Dreiecke zertheilen; es ist also auch A = C, und folglich A + B = B + C.

Fig. 100.



In der Fig. 100. ist AC = EF, und BD = EF, als gegenüber stehende Seiten eines Parallellograms; es sind also auch BD = AC. Nimmt man bei beiden Gleiches, nämlich BC hinweg, so bleibt AB = CD. Da nun auch AE = CF, und EB = FD ist, als gegenüber stehende Seiten des Parallellograms, so ist das Dreieck X = Z, und X + Y = Y + Z, und folglich das Parallellogram AEFC = BEFD.

Fig. 101.



In der Fig. 101. ist wieder aus den obigen Ursachen EF = CD, und CD = AB. Sezt man nun zu AB und CD überall Glei-

ches, nämlich BC hinzu, so ist AC = BD. Da nun auch AE = BF, und EC = FD ist, so sind die Dreiecke AEC und BFD einander gleich. Nimmt man von beiden das Dreieck O hinweg, und setzt zu jedem das Dreieck N hinzu, welches ohne Schaden der Gleichheit geschehen kann, so ist M + N = P + N, und folglich das Parallelogram AEFB = ECDF.

I. Zusaz: Da Dreiecke nichts anders als Hälften von Parallelogramen sind, indem jedes zu einem Parallelograme ergänzt werden kann, so sind auch Dreiecke von einerlei Grundlinie und Höhe einander gleich. Es ist demnach das Dreieck (Fig. 102.) ABC = CBD.

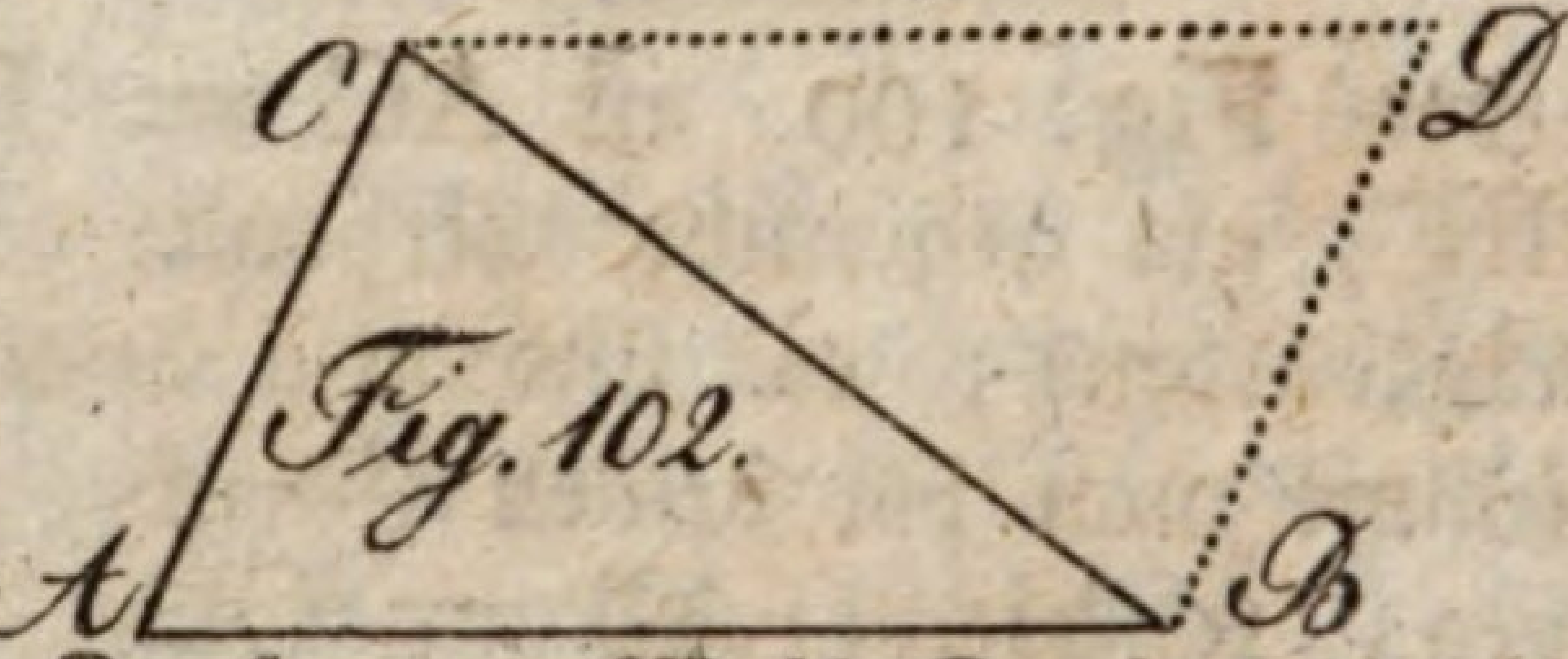


Fig. 102.

II. Zusaz: Weil Dreiecke zwischen Parallellen allemal eine gleiche Höhe haben, so sind alle Dreiecke zwischen denselben, wenn sie auf gleichen Grundlinien stehen, einander gleich, wie (Fig. 103.) ABC, ADC, AEC.

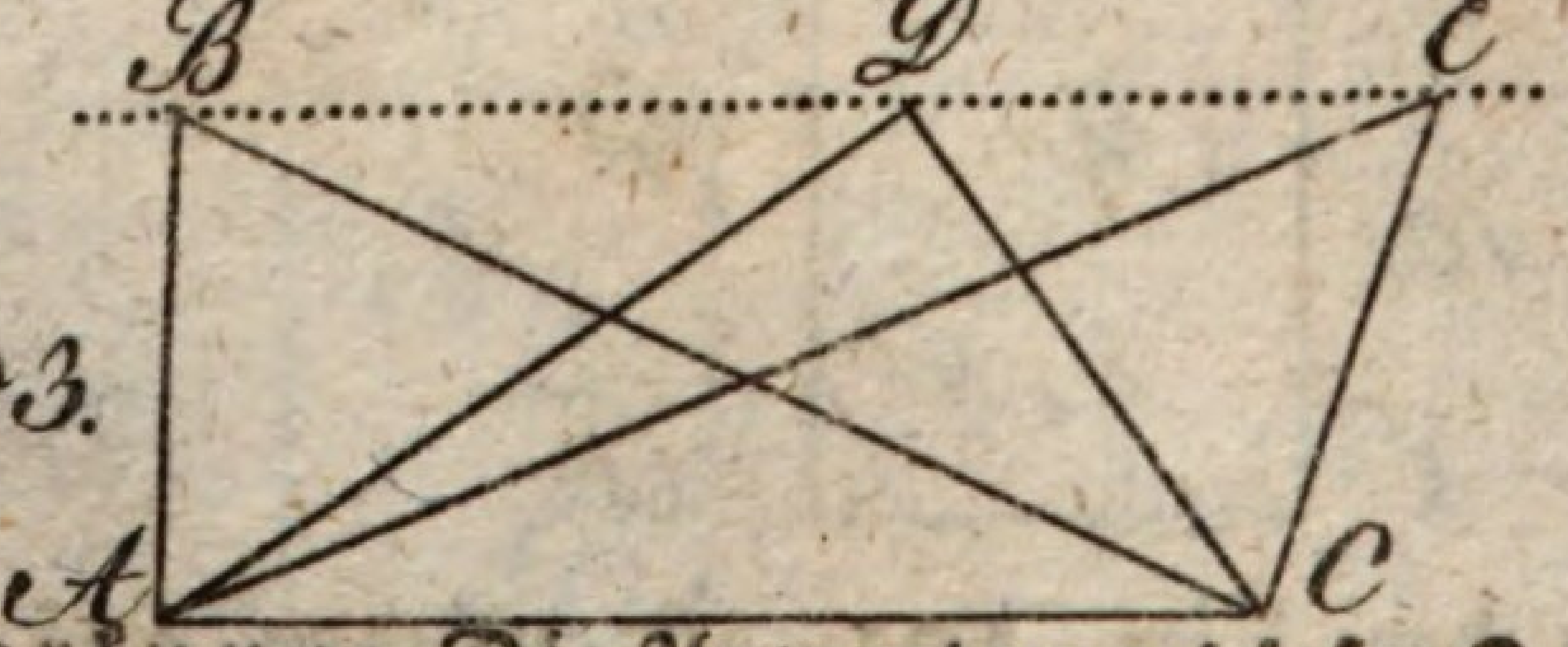
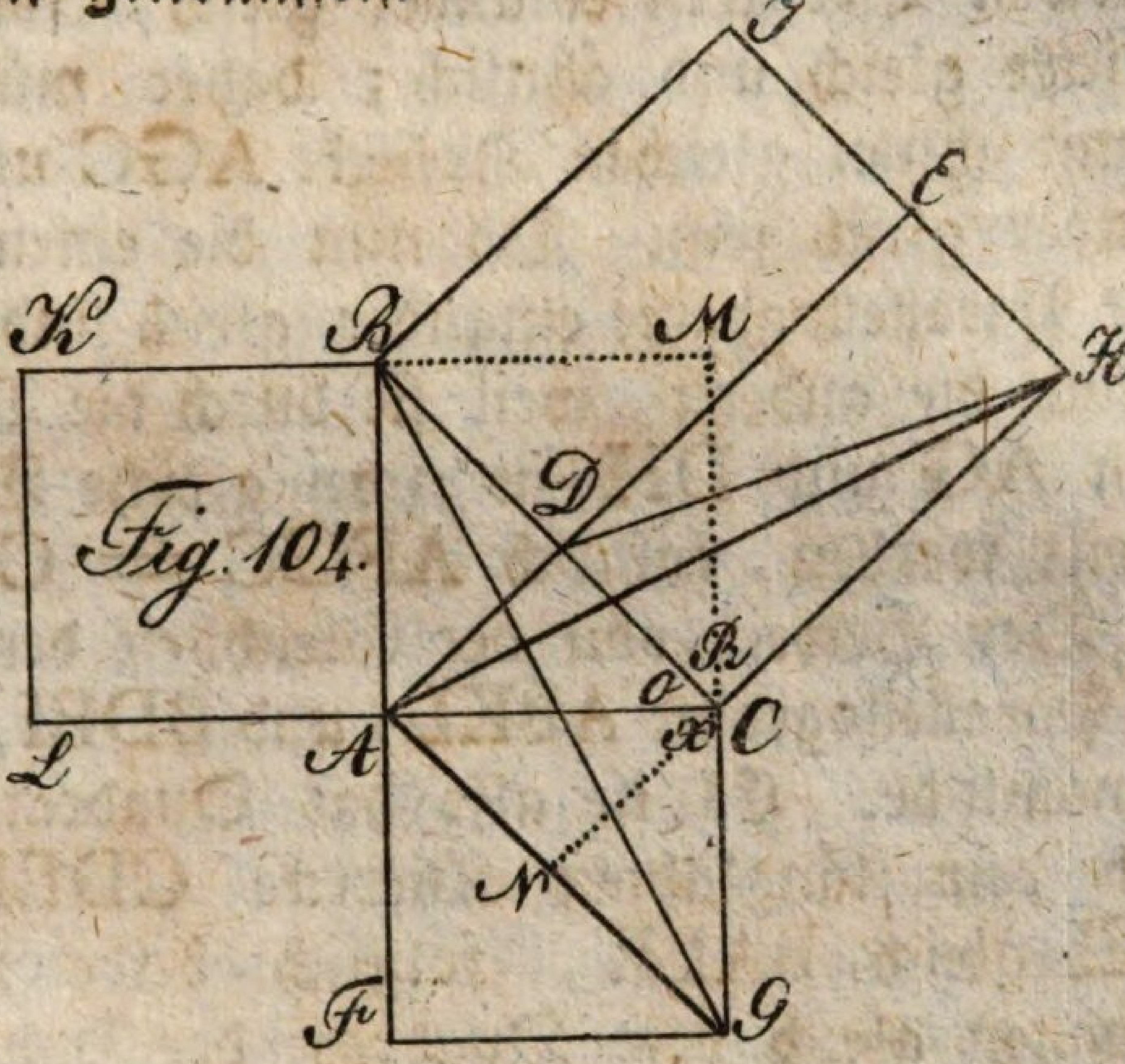


Fig. 103.

Anmerkung: Die Anwendung dieser Zusätze wird gleich in dem Beweise des folgenden Lehrsatzes vorkommen.

§. 27.

Lehrsaz: In jedem rechtwinklichten Dreiecke ist das Quadrat der Hypothenuse eben so groß, als die Quadrate der beiden Katheten zusammen genommen.



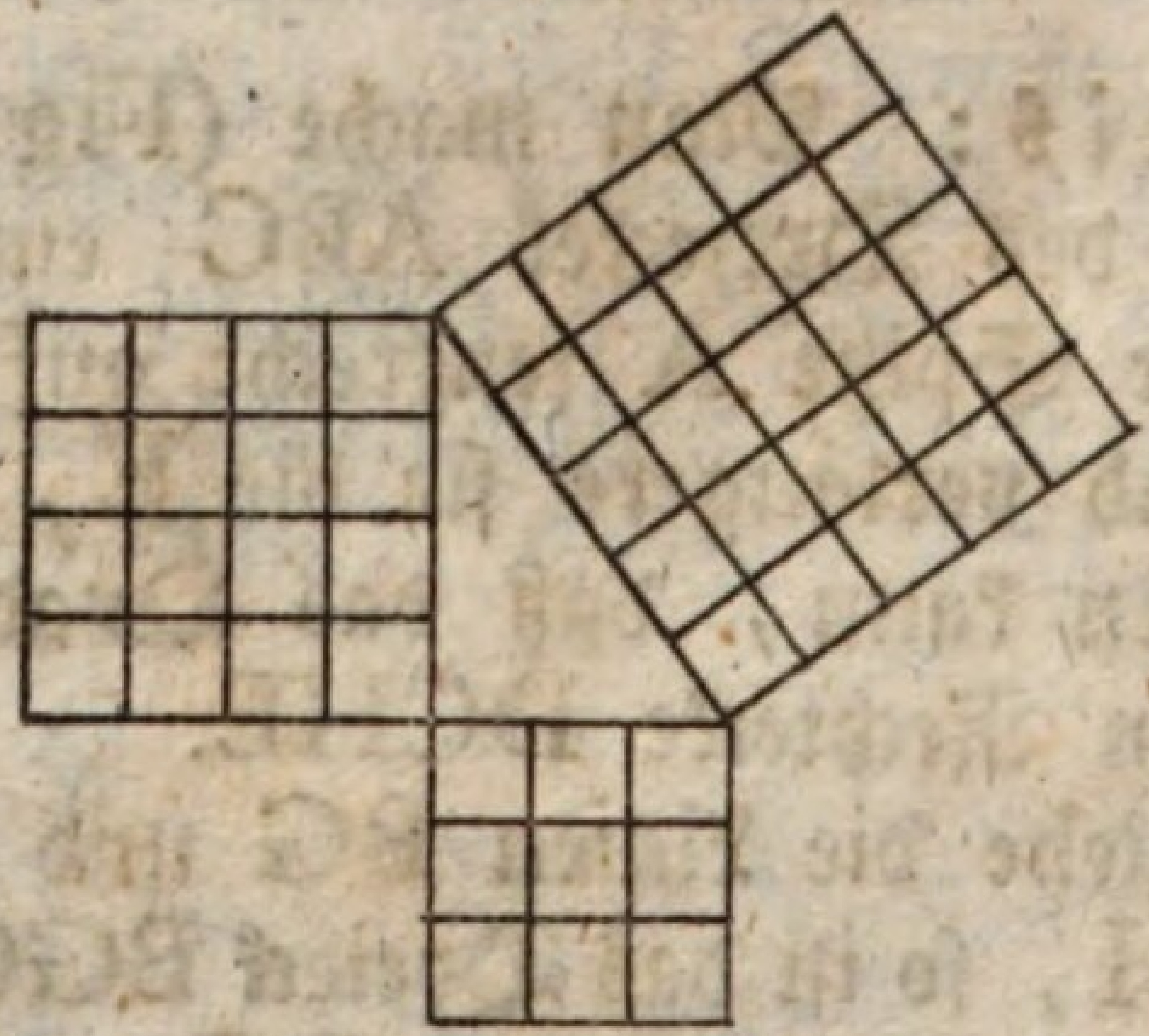
Beweis: Man mache (Fig. 104.) mit jeder Seite des Dreieckes ABC ein Quadrat, fälle aus der Spitze A senkrecht auf BC die Linie AD, und verlängere sie bis E, wodurch erwiesen werden kann, daß das Quadrat AFGC gleich ist dem Rechtecke DCHE.

Man ziehe die Linien BG und AG, dann AH und DH, so ist das Dreieck BGC = AGC, wegen einerlei Grundlinien CG und Höhe AC = BM. Ferners ist AHC = DHC, weil wieder gleiche Grundlinien CH und Höhen DC = AN vorhanden sind. Nun ist aber das stumpfwinklichte Dreieck BGC = AHC; dann X =

R, als rechte Winkel, und O ist beiden Dreiecken gemein, folglich der stumpfe Winkel O + X = O + R, und die Seiten CH = CB und CG = CA, als Seiten des nämlichen Quadrates; es sind also zwei Seiten und ein Winkel in beiden Dreiecken einander gleich, folglich die Dreiecke gleich und ähnlich; daher müssen auch die mit ihnen gleichen Dreiecke AGC und DCH einander gleich sein. Da nun die einen Hälften dieser Parallelograme einander gleich sind, so sind es auch die andern, weil sie durch die Diagonallinien AG und DH in zwei gleiche Theile abgetheilt werden, folglich AFGC = CDEH.

Der Beweis von der Gleichheit der übrigen zwei Parallelograme ABKL, und BDEI, ist ganz der nämliche. Es ist also das Quadrat AFGC gleich dem länglichten Vierecke CDEH, und BDEI gleich BALK, folglich beide Quadrate zusammen gleich dem Quadrate der Hypothenuse.

Fig. 105.



I. Zusaz: Sezt man (Fig. 105.) auf eine Lothlinie des rechten Winkels 3 gleiche Theile, auf die andere 4, und zieht man die Hypothenuse, so hält diese genau 5 solcher Theile.

Zeichnet man die Quadrate wirklich, so hat man auf der Hypothenuse 25 Quadrate, auf einer Lothlinie aber 9, und auf der andern 16, welche zusammen ebenfalls 25. geben. So oft man also drei Linien zusammen sezt, wovon eine 3 Theile, die andere 4, und die dritte 5 solcher Theile hält, so entsteht der längsten Seite gegenüber ein rechter Winkel. Eben dieses geschieht auch, wenn man diese drei Zahlen mit was immer für einer andern Zahl multiplizirt, z. B. mit 3, wodurch 9., 12. und 15. entstehen, die bei der Zusammensetzung ebenfalls rechte Winkel geben.

II. Zusaz: Das Quadrat eines Katheten ist so groß, als das Quadrat der Hypothenuse, weniger dem Quadrate des andern Katheten. Sind also in einem rechtwinklichten Dreiecke zwei Linien gegeben, so kann die dritte durch Rechnung gefunden werden. Nimmt man z. B. die beiden Katheten als bekannt an, so werden diese durch die Multiplikation mit sich selbst zum Quadrate erhoben, und die beiden Quadrate zusammen addirt, welche dann das Quadrat der Hypothenuse ausmachen, aus dem, um die eigentliche Länge der Hypothenuse zu erhalten, die Quadratwurzel ausgezogen werden muß.

Anmerkung: 1) Das Ausziehen der Quadratwurzel wird besser unten angewiesen werden.
2) Dieser Lehrsaz wird von seinem Erfinder Pythagoras († 540. v. Chr.) der pythagorische Lehrsaz genannt.
3) Die in diesem Abschnitte vorgetragenen Lehrsätze enthält die Geometrie des Herrn Professors Mitterer.

IV. Abschnitt.

Von den nöthigsten Lehrsätzen des Kreises.

§. 28.

Lehrsaz: Wenn in einem und dem nämlichen Kreise zwei Sehnen einander gleich sind, so sind es auch die dadurch abgeschnittenen Bögen, und umgekehrt, wenn die Bögen gleich sind, so sind es auch die Sehnen.

Fig 106.

Beweis: 1) Man nehme an (Fig. 106.), die Sehnen AB und CD seien einander gleich, so ist, wenn man von denselben die Halbmesser auf den Mittelpunkt zieht, das Dreieck AOB = CXD, weil außer den Seiten AB und CD auch die Halbmesser, welche die Dreiecke bilden, alle einander gleich sind. Da die Seiten einander gleich sind, so sind es auch die Winkel, und folglich der Winkel X = O, also auch das Maaß dieser Winkel, nämlich die Bögen AFB = CED.

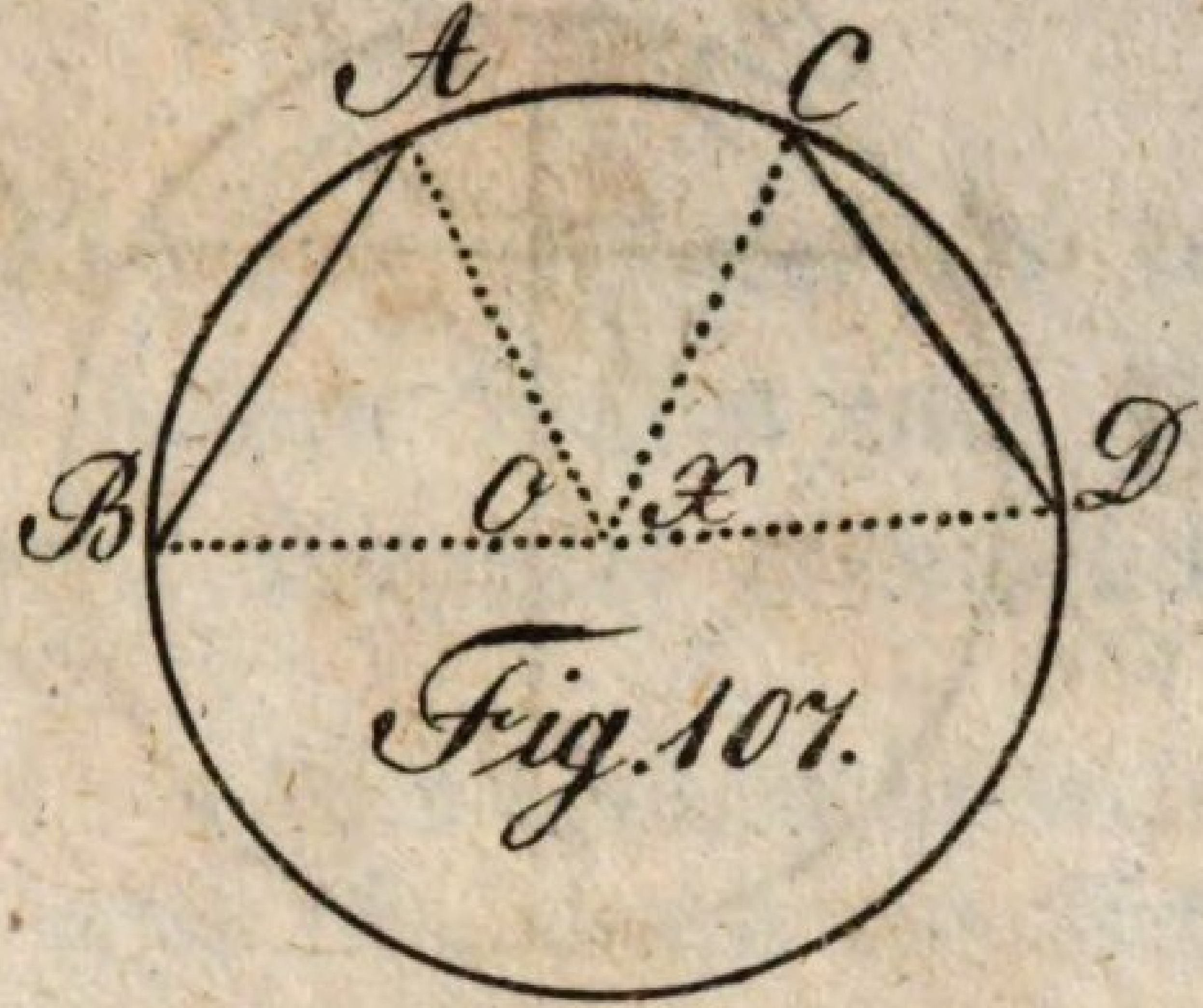


Fig. 107.

2) Sind die Bögen einander gleich, so sind es auch die Sehnen; denn zieht man wieder die Halbmesser, und verbindet die Endpunkte der Bögen mit Sehnen, so sind (Fig. 107.) die Winkel O und X einander gleich, weil sie gleiche Bögen zum Maaße haben. Eben so ist auch OA = CX, und BO = DX, als Halbmesser: folglich der eingeschlossene Winkel und zwei Seiten in beiden Dreiecken einander gleich, und also auch die dritte Seite gleich der dritten, d. i., AB = CD.

§. 29.

Lehrsatz: Wenn eine Sehne (Fig. 108.) AB durch eine Senkrechte EC in zwei gleiche Theile getheilt, und gehörig verlängert wird, so geht sie durch den Mittelpunkt des Kreises, und wird dadurch zum Durchmesser.

Fig. 108.

Beweis: Man verbinde die Sehne AB und die Senkrechte ED mit andern Sehnen, wie die Figur zeigt, so wird vorausgesezt, daß AB in zwei gleiche Theile getheilt, und ECD senkrecht auf AB sei. Es ist demnach der Winkel O = N, die Seite AC = CB, und EC = EC, oder beiden gemein, und daher beide Dreiecke gleich und ähnlich, weil sie zwei Seiten und den eingeschlossenen Winkel einander gleich haben. Eben so verhält es sich auch mit den beiden Dreiecken ACD und BCD, wo AC = BC, CD = CD, und X = M, also auch diese zwei Dreiecke kongruent sind. Da nun die Sehne AE = EB, und AD = BD, so sind auch ihre gegenüber stehenden Bögen einander gleich, folglich AGE = EHB, und AKD = BID, also zusammen EGAKD = EHBID. Die Linie ED theilt folglich den Kreis in zwei gleiche Theile, und wird zum Durchmesser, das heißt: sie geht durch den Mittelpunkt des Kreises.

Zusaz: Jeder Durchmesser, der eine Sehne senkrecht durchschneidet, theilt sowohl diese, als den Bogen in zwei gleiche Theile.

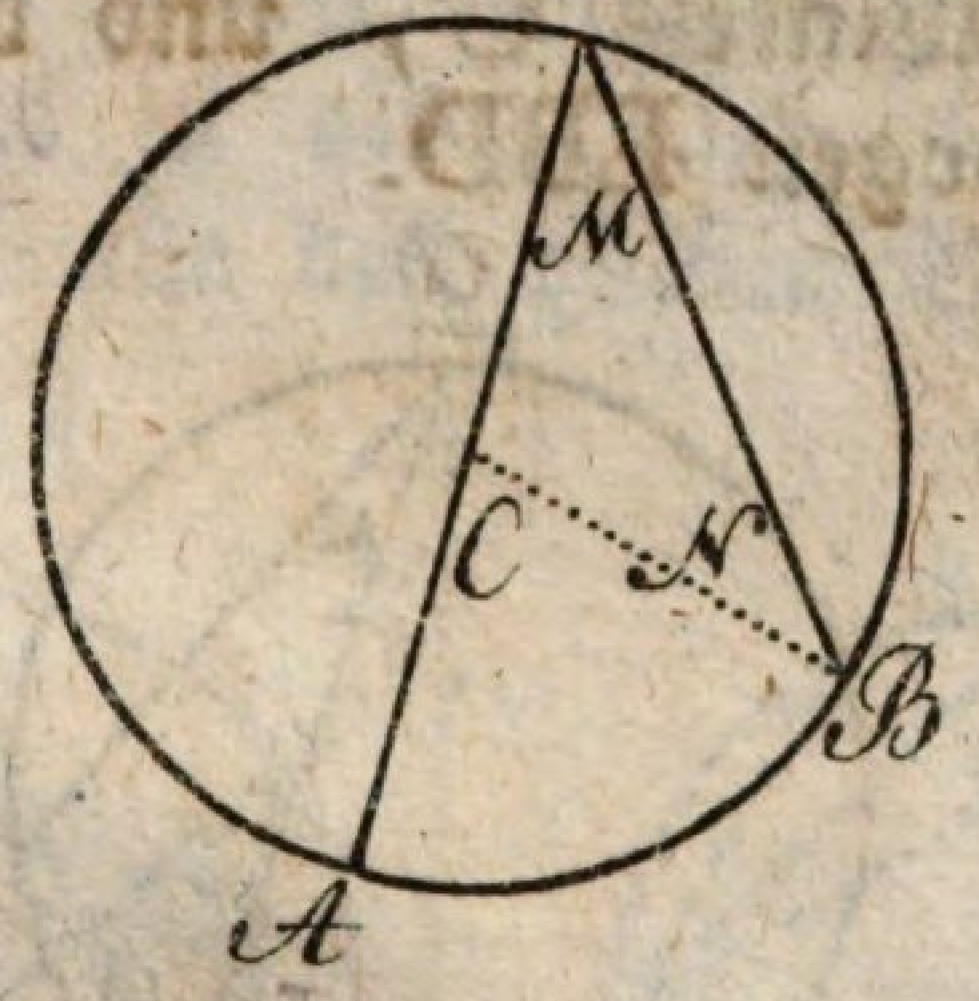
Anmerkung: Auf diesem Lehrsatze beruhen die Auflösungen der XI. Aufgabe im §. 11.

§. 30.

Lehrsaz: Die Winkel an der Peripherie haben den halben Bogen zum Maaße, den ihre verlängerten Schenkel abschneiden.

Beweis: Hier können dreierlei Fälle vorkommen: der erste ist, wenn ein Schenkel durch den Mittelpunkt geht (Fig. 109.); der zweite, wenn sich der Mittelpunkt zwischen diesen beiden Schenkeln befindet (Fig. 110.); und der dritte, wenn beide Schenkel außer den Mittelpunkt fallen (Fig. 111.).

Fig. 109.



Im ersten Falle ist der Winkel C (Fig. 109.), wenn man die Linie CB zieht, als äußerer Winkel eben so groß, als die zwei innern M und N zusammen genommen. Da aber das Dreieck CMN wegen den beiden Halbmessern CM und CN gleichschenklicht ist, so ist der Winkel M = N, und also M halb so groß als C. Es hat aber C den ganzen Bogen AB zu seinem Maaße, und folglich muß M die Hälfte desselben haben.

Fig. 110.

Im zweiten Falle ziehe man die Linie AB (Fig. 110.) durch den Mittelpunkt, und verbinde die Sehnen mit den Linien CD und CE, so hat man den obigen Fall doppelt. Denn es ist S noch so groß, als O, und R noch so groß, als N; folglich der ganze Winkel M nur die Hälfte des ganzen Winkels C, und das Maaß von M der halbe Bogen EBD.

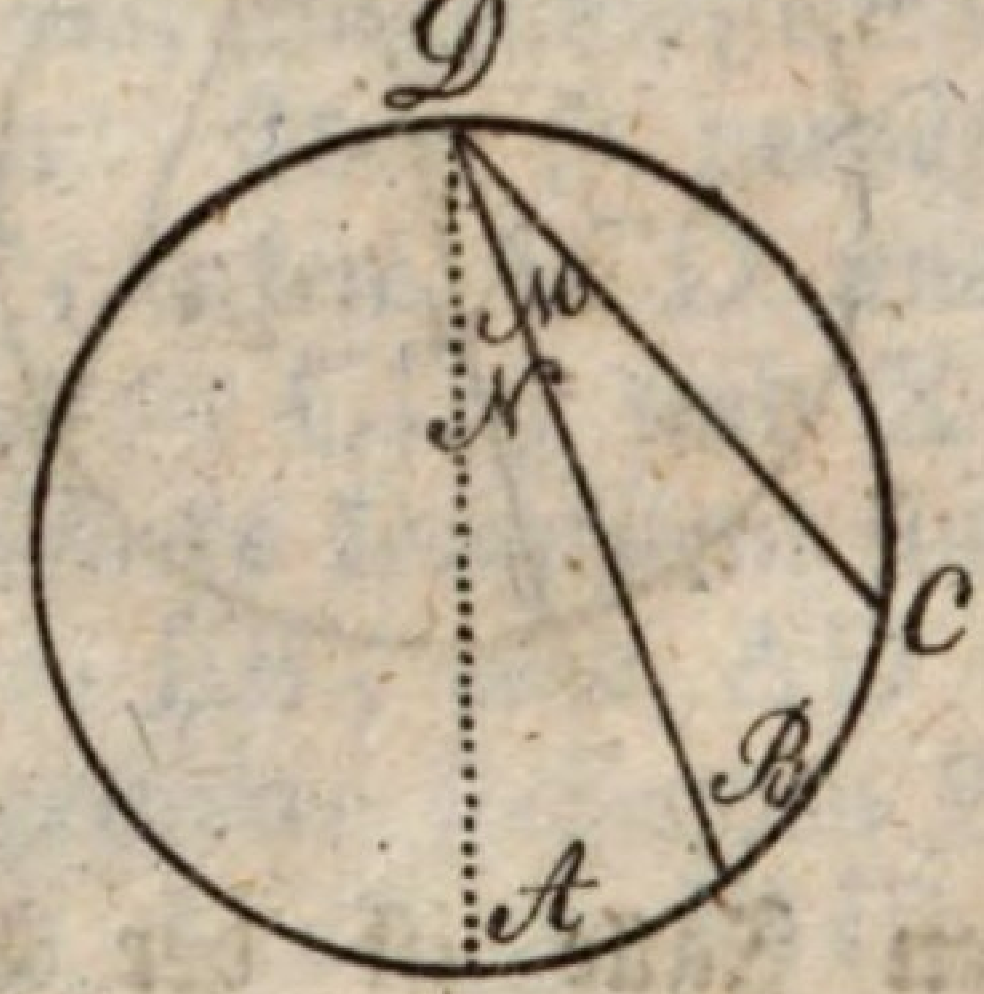


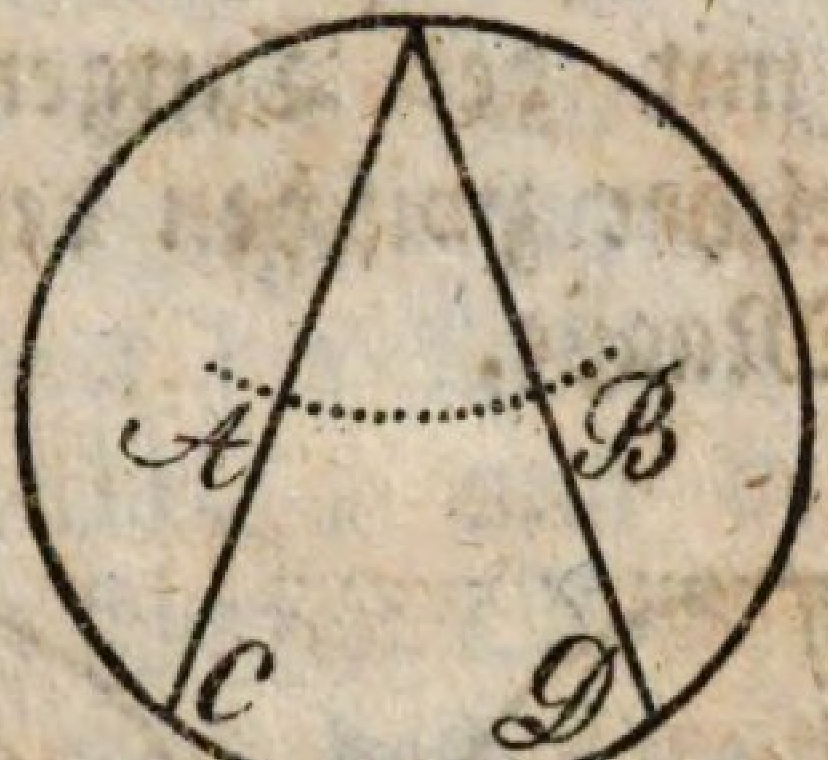
Fig. 111.

Im dritten Falle ziehe man wieder aus dem Scheitel durch den Mittelpunkt eine Linie DA (Fig. 111.), so haben nach obigem Beispiele die beiden Winkel M und N zusammen den halben Bogen ABC. Läßt man den Winkel N hinweg, folglich auch den Bogen AB, so bleibt für den Winkel N die Hälfte des Bogens BC.

I. Zusaz: Zieht man mit dem Halbmesser des Kreises aus dem Scheitelpunkte eines

Winkels an der Peripherie einen Bogen AB (Fig. 112.), so ist dieser das eigentliche Maaß dieses Winkels, und die Hälfte des Bogens CD.

Fig. 112.



II. Zusaz: Der Winkel am Mittelpunkte, den man auch Zentriwinkel nennt, ist also noch so groß, als der Winkel an der Peripherie, wenn beide auf einerlei Bögen stehen.

III. Zusaz: Alle Winkel an der Peripherie, welche auf einerlei Bögen stehen, sind einander gleich; es ist also (Fig. 113.) A = B, B = C, weil alle den halben Bogen DE zum Maaße haben.

Fig. 113.

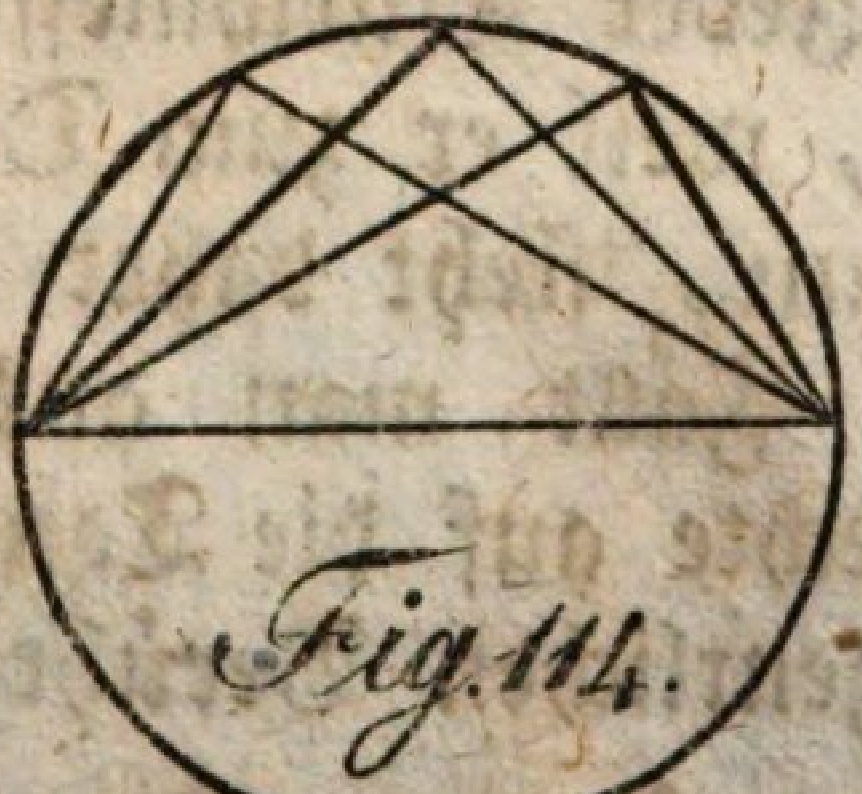


Fig. 114.

IV. Zusaz: Stehen die Winkel auf dem Durchmesser (Fig. 114), so sind sie lauter rechte, weil sie die Hälfte des halben Kreisbogens, das ist, 90° zum Maaße haben.

Anmerkung: Dieses ist der Grund der Aufgabe V. im §. 10. und der Aufgabe XII. im §. 11.

V. Zusaz: Da einer von den beiden

Schenkeln (Fig. 115.) sich an der Peripherie immer weiter von dem andern entfernen kann, bis er endlich, wenn man ihn rückwärts verlängert, zur Tangente wird, so hat auch der Winkel, den eine Sehne mit der Tangente macht, den halben Bogen, welcher zwischen den beiden Schenkeln liegt, zum Maaße.

Fig. 115.

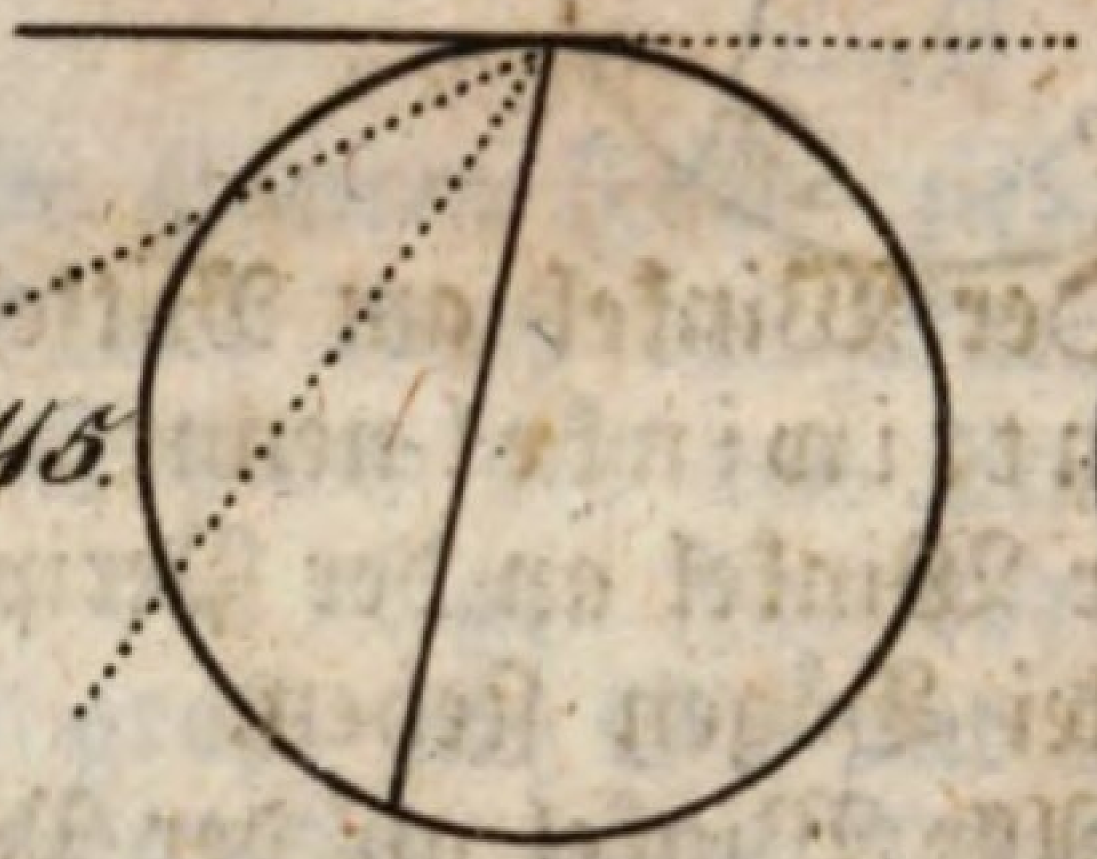
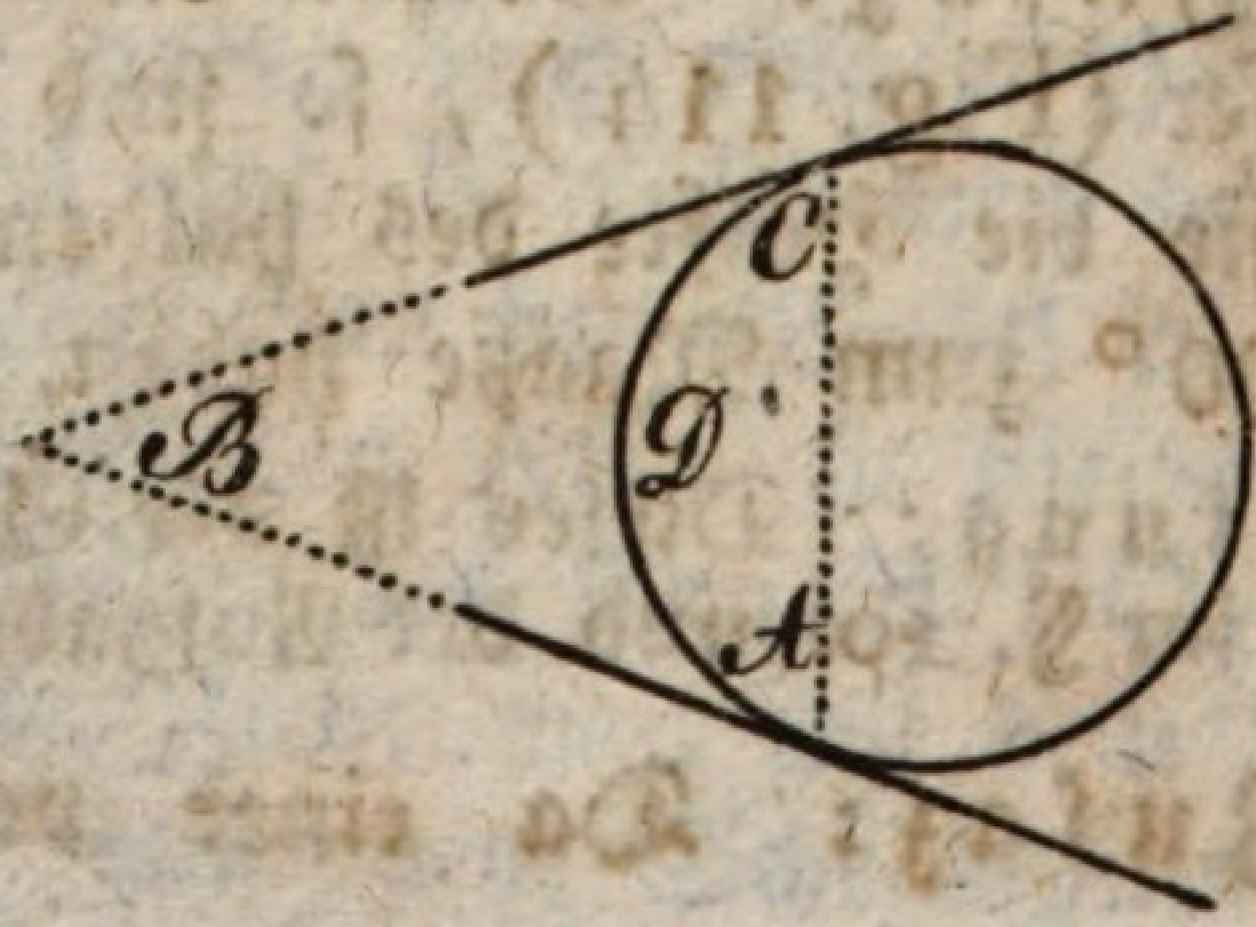


Fig. 116.

VI. Zusaz: Es ist also der Winkel (Fig. 116.), den der Durchmesser mit einer Tangente macht, ein rechter Winkel, weil er die Hälfte des halben Kreisbogens, das ist, 90° zum Maaße hat. Jeder Durchmesser, und auch jeder Halbmesser, weil er zum Durchmesser verlängert werden kann, steht daher senkrecht auf seiner Tangente. Fällt man aus dem Mittelpunkte eine Senkrechte auf die Tangente, so geht diese durch den eigentlichen Berührungs-Punkt derselben.

Anmerkung: Hierauf gründen sich die Auflösungen der Aufgaben XIII., XIV. und XV. des §. 11.

Fig. 117.

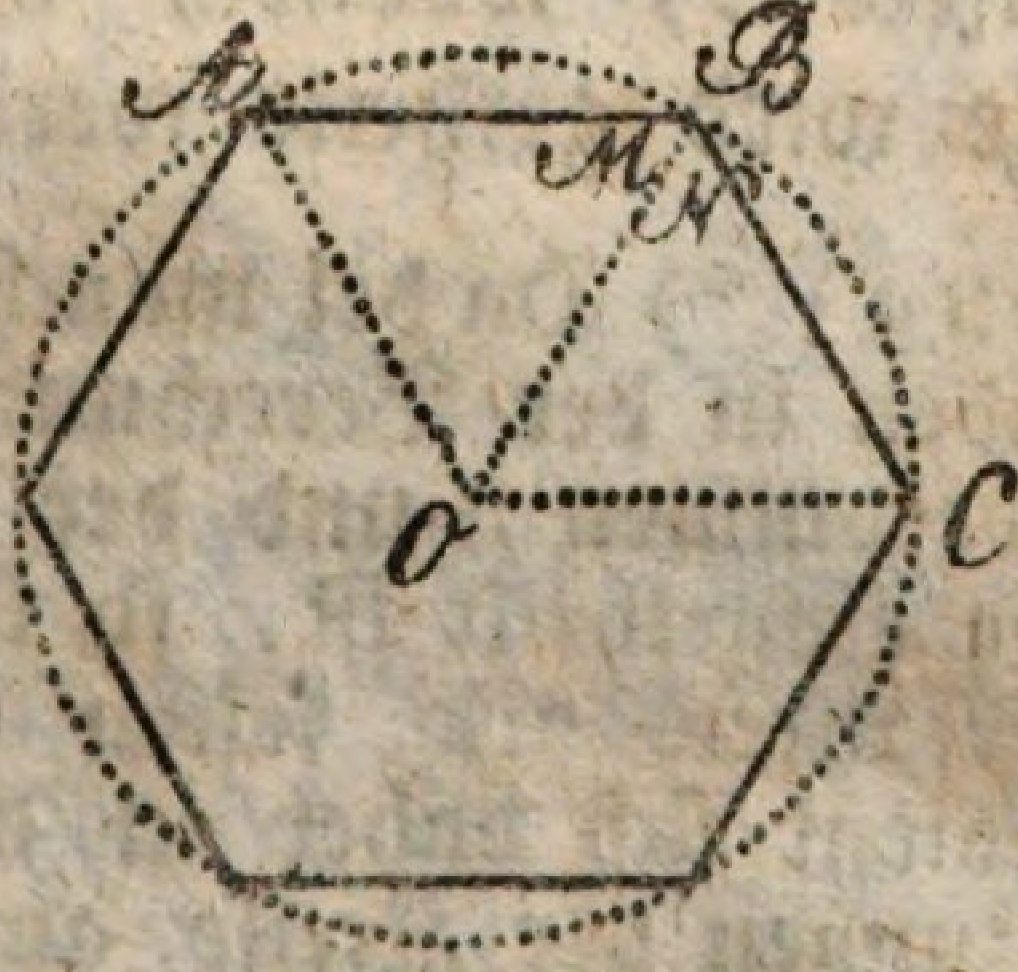


VII. Zusaz: Wenn zwei Tangenten durch Verlängerung in einen Winkel zusammen stossen, so haben sie von dem Berührungs-Punkte bis an den Scheitel-Punkt gleiche Länge; AB (Fig. 117.) ist gleich CB. Denn wenn man die beiden Berührungs-Punkte mit einer Sehne verbindet, so hat der Winkel A den nämlichen halben Bogen ADC, und der Winkel C den nämlichen halben Bogen CDA zum Maaß; folglich ist A = C, und das Dreieck gleichschenklicht.

§. 31.

Lehrsaz: Wenn aus dem Mittelpunkte eines um ein regelmäßiges Vieleck beschriebenen Kreises die Halbmesser in die Winkel des Vieleckes, die man hier Polygonwinkel nennt, gezogen werden, so entstehen lauter gleiche Dreiecke, und die Polygonwinkel werden in zwei gleiche Theile getheilt.

Fig. 118.



Beweis: Die Seite (Fig. 118.) AB = BC, als Seiten eines regelmäßigen Vieleckes; die Halbmesser AO, OB und OC sind ebenfalls einander gleich; folglich die Dreiecke kongruent,

und der Winkel M = N, und also der Polygonwinkel in zwei gleiche Theile getheilt.

I. Zusaz: Theilt man daher ein Paar Polygonwinkel in zwei gleiche Theile, und verlängert die Theilungslinien, bis sie sich einander durchschneiden, so hat man den Mittelpunkt des Polygons.

II. Zusaz: Da das Polygon eben so viele Winkel am Mittelpunkte, als Seiten hat, so kann die Anzahl der Grade eines solchen Winkels gefunden werden, wenn man den ganzen Umkreis, nämlich 360°, mit der Anzahl der Seiten dividirt. Will man z. B. ein Achteck, so muß 360 mit 8 dividirt werden, wo man 45° als den Winkel am Mittelpunkte erhält, welchen man mit dem Transporteur auftragen kann. Beim Auftragen dieses Winkels mache man zuvor einen Kreis mit dem nämlichen Halbmesser, womit auf dem Transporteur der Kreis gezeichnet ist, und trage die 45° von dem Transporteur auf denselben, wodurch dieser genau in 8 gleiche Theile wird getheilt werden.

Anmerkung: *) Da bei manchen Vielecken außer den Graden in der Berechnung auch noch Minuten vorkommen, und der Transporteur nur in Grade eingetheilt ist, so kann man von diesem Verfahren nur selten Gebrauch machen. Man bedient sich daher in der Mechanik, wo die Theilungen der Kreise am meisten vorkommen, viel bequemer und sicherer der Unterabtheilungen, die bereits bei der Verzeichnung der regelmäßigen Vielecke gezeigt wurden (§. 11., Aufgabe IX., Anmerkung 1. und 2.).

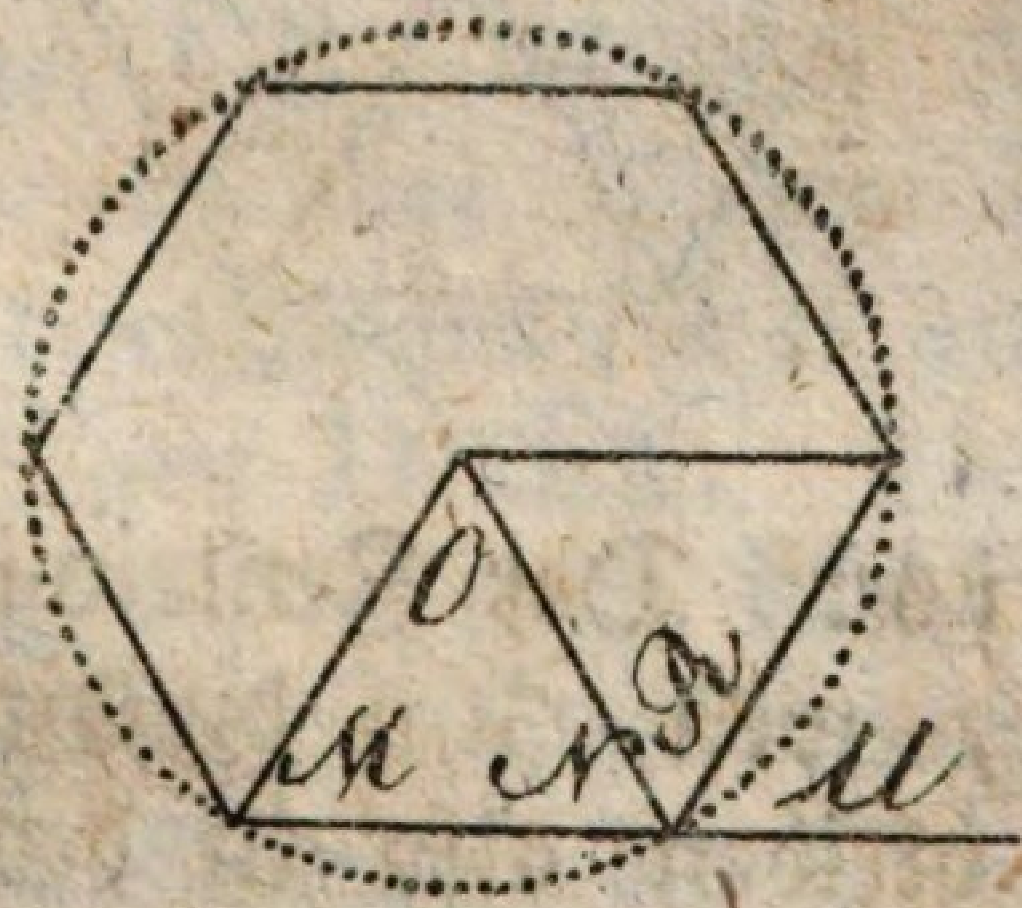
*) Was diese Anmerkung enthält, ist eigentlich nur auf Künstler und Werkleute bezüglich.

Die Eintheilung in ungleiche Theile vermeidet man so viel als möglich, und bedient sich ihrer nur selten bei Getrieben, wo nur eine kleine Anzahl von Theilen nöthig ist, nie aber bei Kamm- und Stirnrädern. Wollte man auch den Winkel nach Graden und Minuten durch einen richtigen Sehnen-Maaßstab noch so genau auftragen, so würden die Theile wegen der ungewissen Zirkelumschläge am Ende doch nicht eintreffen, daher die obige Art mit Unterabtheilungen, und bei wenigen ungleichen Theilen mit Zirkel-Versuchen, für die gewöhnlichen Fälle die bequemste und anwendbarste ist.

§. 32.

Lehrsatz: Der Polygonwinkel ist gleich 180° weniger dem Winkel am Mittelpunkte. $N + R = 180° - O$ (Fig. 119.).

Fig. 119.



Beweis: Die drei Winkel M, N, O haben zusammen 180°; es ist aber nach dem vorigen Lehrsatze $M = N = R$; man kann also statt M den Winkel R setzen; folglich halten N, R und O zusammen ebenfalls 180°, und $N + R = 180° - O$.

Zusaz: Verlängert man eine Seite des regelmäßigen Vieleckes, so ist U der Nebenwin-

kel des Polygonwinkels N + R, und also auch U = O.

Anmerkung: Hierauf gründet sich die Auflösung der Aufgabe X., §. 11.

Man hat zwar für dergleichen Aufgaben noch verschiedene geometrische Handgriffe, die aber nicht allgemein, sondern bei jeder Anzahl von Seiten wieder anders sind, daher ihnen die obige Art vorzuziehen ist.

§. 33.

Lehrsaz: Die Seite des regelmäßigen Sechseckes ist dem Halbmesser gleich.

Fig. 120.

Beweis: Der Zentriwinkel C = 60° (Fig. 120.), weil 360 dividirt durch 6 gleich 60 ist; es bleiben also in dem Dreiecke ABC für die beiden Winkel an der Grundlinie noch 120° übrig; denn 180 — 60 giebt 120. Da nun das Dreieck wegen der gleichen Halbmesser gleichschenklicht ist, so sind die Winkel an der Grundlinie einander gleich, und jeder hat die Hälfte von 120°, das ist, 60° zu seinem Maaße. Es ist also das Dreieck gleichseitig, weil gleichen Winkeln gleiche Seiten gegenüber stehen, und AB = AC.

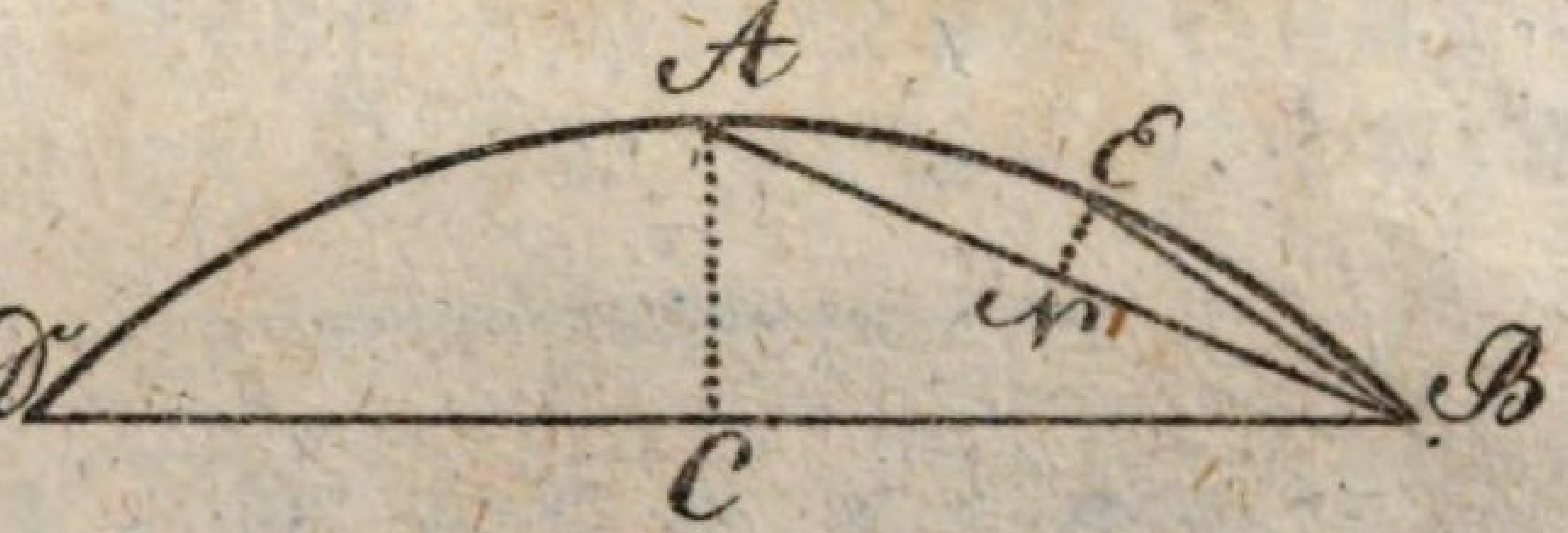
Zusaz: Der Halbmesser kann daher ge-

nau sechsmal auf der Peripherie herum getragen werden.

§. 34.

Lehrsaz: Je kleiner eine Sehne im Kreise ist, desto näher kommt sie auch an Länge ihrem Bogen.

Fig. 121.



Beweis: Zieht man (Fig. 121.) AC rechtwinklicht auf DB, so ist die Sehne AB als die Hypothenuse von ACB offenbar länger, als die halbe Sehne CB, obschon AEB nur die Hälfte des Bogens der Sehne DB ist, und kommt folglich dem Bogen AEB an Länge näher, als DB dem Bogen DAEB. Eben so verhält es sich auch bei der Sehne EB, welche ihrem Bogen an Länge noch näher kommt.

I. Zusaz: Werden die Sehnen auf obige Art immer halbirt, so kann endlich eine Sehne gefunden werden, die an Länge ihrem Bogen beinahe gleich kommt.

II. Zusaz: Legt man den Halbmesser als die Sehne des regelmäßigen Sechseckes zum Grunde, und sezt die Halbirungen fort, so ist es begreiflich, wie das Verhältniß des Halbmessers oder des Doppelten, nämlich des Durchmessers, zum Umkreise gefunden werden kann.

III. Zusaz: Wenn in einem Kreise der Durchmesser bekannt ist, so kann der Umkreis, und ist der Umkreis bekannt, der Durchmesser gefunden werden (Theil I., §. 114., Beispiel III., und Anmerkung 1. und 2.).

Anmerkung: Die Lehrsätze, die dieser Abschnitt enthält, sind aus dem geometrischen Werke des Herrn Mitterer, Professor in München.

II. Hauptstück.

Von der wirklichen Ausmessung der Linien und Flächen auf dem Felde, von der Ausrechnung der Flächen, von der Vertheilung derselben, vom Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzeln, nebst einer Anweisung geometrische Pläne aufzuzeichnen.

I. Abschnitt.

Von der wirklichen Ausmessung der Linien, Winkel und Flächen auf dem Felde.

§. 35.

Einige zur praktischen Geometrie erforderlichen Werkzeuge oder Instrumente.

Um gerade Linien und Winkel abzustecken, und gerade Linien auf dem Felde zu messen, bedient man sich gewöhnlich folgender Werkzeuge:

a) Der Meßstangen, das ist, Meßlatten — Stäbe, auf welchen die in einem Lande üblichen Maaße, mithin in Baiern die Längen eines baierischen Fußes und Zolles, oder auch einer solchen Linie und Ruthe aufgetragen sind;

b) Der Meßketten, welche aus Gliedern von starkem Eisen = oder Meßingdrath, jedes zu einem Fuß bestehen, fünfzig oder hundert Schuhe lang, und an welchen nach jedem zehnten Fuß immer gewiße Merkmale angebracht sind;

c) Der Absteckstäbe, das ist, gerade fünf bis sechs Fuß lange, etwa einen Zoll dicke Stangen, die unten mit einer eisernen Spitze versehen sind;

d) Der Meßfahnen, ebenfalls gerade Stangen, die aber länger als die Absteckstäbe, und oben mit einer Fahne versehen sind;

e) Der Senkel, das ist, Fäden oder Schnüre, an welchen schwere Körper frei herabhangen, um die Stäbe senkrecht auf den horizontalen Boden zu stecken;

f) Der Zeichenstäbe, ungefähr acht Zoll lang, damit man durch sie Irrungen im Zählen vermindern, und gewisse Punkte auf dem Felde bezeichnen kann.

Anmerkung: 1) Man hat, um die Winkel zu messen, besondere Kreisbögen, welche von Messing verfertiget, die in ihre 360°, und diese durch eine eigene Vorrichtung, die Nonius heißt, wieder in Minuten eingetheilt sind; allein für den gemeinen Mann, um mich so auszudrücken, bleibt dieses Instrument immer zu kostspielig; es ist auch zum gewöhnlichen Ausmessen entbehrlich.

2) Zum Aufnehmen ganzer Gegenden bedient man sich am besten des Meßtisches (mensula prætoriana), um die Winkel zu schneiden der Diopterlineale, um die Nordlinie zu finden des Kompaßes, wozu eine genaue Wasserwage zum Aufstellen des Tisches kömmt. Nicht minder als die obigen Gradinstrumente ist der Meßtisch mit seinen Zugehörungen kostspielig.

3) Das Verfahren mit demselben zeigt man auf dem Felde praktisch, wenn man den Meßtisch vor sich hat, weil sich solches durch Beschreibungen nicht wohl erlernen läßt, sondern bloß durch Zusehen.

4) Ich halte mich daher beim Ausmessen der Linien, Winkel und Flächen nur an die Meßlatte, weil sich dieselbe jedermann selbst verfertigen kann, und die nöthigen Ausmessungen mit genügender Genauigkeit bewerkstelliget werden können. Wer das, was dieses Werkchen enthält, wohl versteht, und Gelegenheit findet, das Verfahren auf dem Felde mit dem Meßtische zu sehen, wird wohl keine Schwierigkeit mehr finden, dasselbe zu erlernen.

§. 36.

Aufgabe: Eine gerade Linie auf dem Felde zu messen, und eine solche mit Stangen abzustecken.

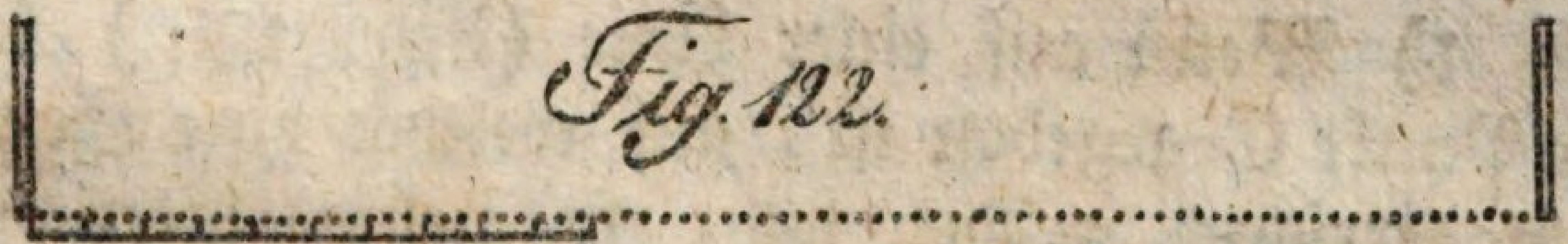


Fig. 122.

1) Man stecke ein Paar Stäbe in die Erde (Fig. 122.), nehme dann eine Meßlatte, z. B. von 10 Schuhen, und lege selbe so oft an, als es die Länge der Linie erfordert. Wenn der Boden abhängig ist, so muß die Latte, so viel als möglich, wagrecht gehalten werden;

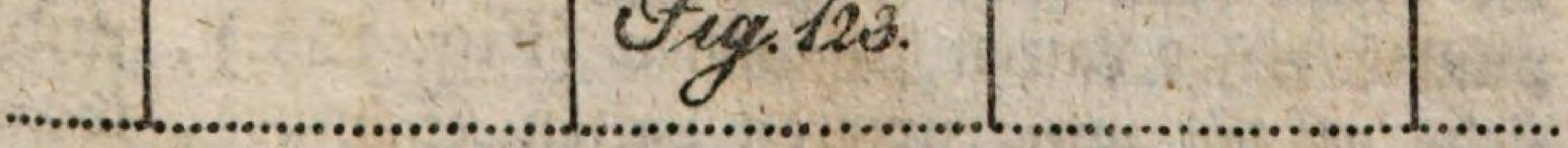


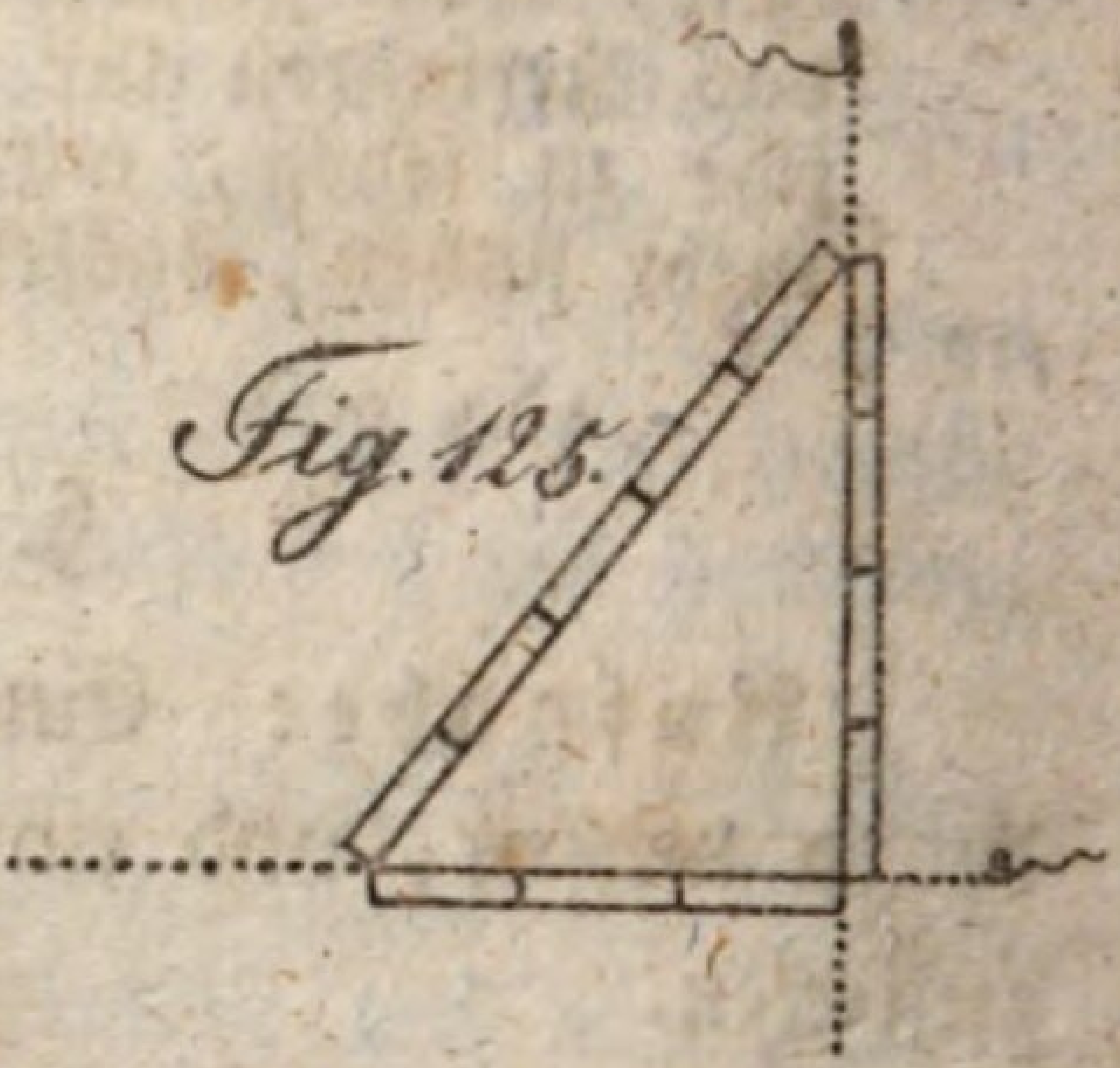
Fig. 123.

2) In die Endpunkte der abzusteckenden

Linie stecke man ein Paar Stangen (Fig. 123.), trete dann einige Schritte hinter eine derselben, und lasse die übrigen so stellen, daß sich alle einander decken.

§. 37.

Aufgabe: Einen rechten Winkel auf dem Felde auszustecken.



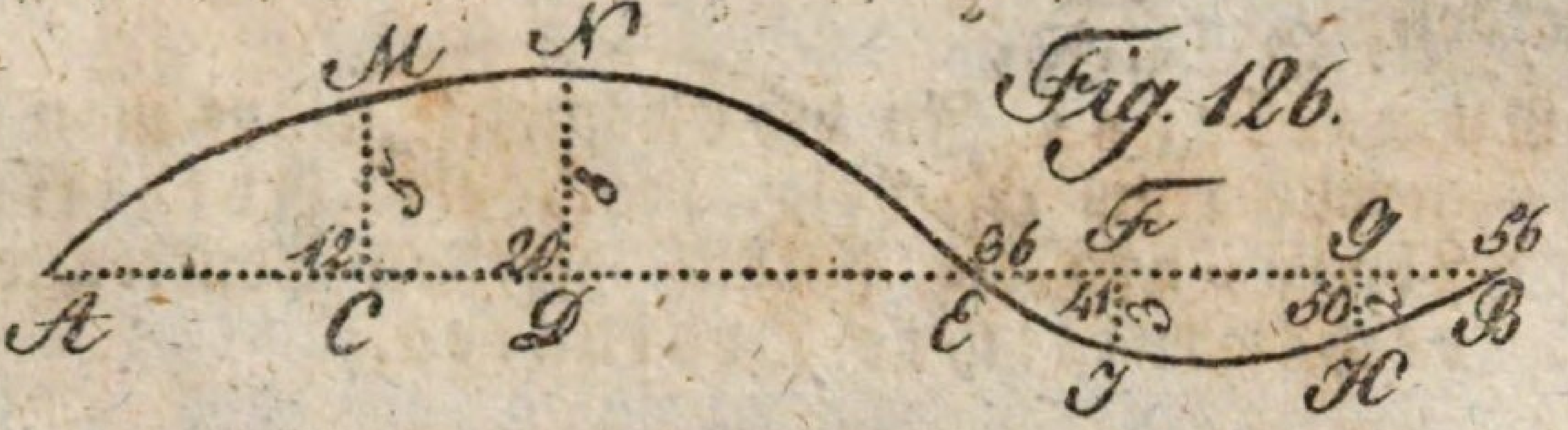
1) Wenn auf einer Linie (Fig. 124.) AB der Punkt C gegeben ist, auf welcher eine Senkrechte errichtet werden soll, so nehme man von C gleiche Abschnitte A und B, lege zwei gleichlange Latten von A und B nach D zusammen; zieht man dann von C nach D eine Schnur, so steht selbe senkrecht auf der Linie AB, wodurch der rechte Winkel errichtet wird.

2) Eine gewisse Länge trage man auf eine Latte dreimal, auf die andere viermal, und auf die dritte fünfmal; ferner lege man die Endpunkte dieser Latten zusammen (Fig. 125.), und ziehe an die zwei kürzeren Latten Schnüre, wodurch man ebenfalls wieder einen rechten Winkel erhält.

§. 38.

Aufgabe: Eine krumme Linie durch eine gerade AB zu messen, und nach dem verjüngten Maaßstabe zu Papier zu bringen.

Fig. 126.



Die vorzüglichsten Beugungen der krummen Linie zeichne man aus freier Hand beiläufig auf das Papier, und ziehe durch selbe eine gerade Linie (Fig. 126.) AB, so wie man sie ungefähr auf dem Felde an der krummen Linie hinmessen will. Von A bis C messe man wirklich, und schreibe die Anzahl von Schuhen auf den Handriß; hier 12; bei C errichte man eine Senkrechte CM, messe auch diese, und schreibe die Anzahl von Schuhen ebenfalls in den Handriß; hier 5, wie die Fig. zeigt. Auf die nämliche Art verfahre man mit AD und DN, und bemerke auch die Anzahl von Schuhen bei E, wo die krumme Linie die gerade durchschneidet; hier 36. Eben so behandle man die übrigen senkrechten Linien, bis die krumme Linie in allen ihren Beugungen gemessen ist.

Wenn man sie nun zu Papier bringen will, mache man eine gerade Linie AB, trage nach dem verjüngten Maaßstabe die Längen 12′, 20′, 36′ rc. ihrer Ordnung nach von A gegen B, errichte auf diesen Punkten die Senkrechten (§. 10., Aufgabe V., und Anmerkung 1.) CM, DN,

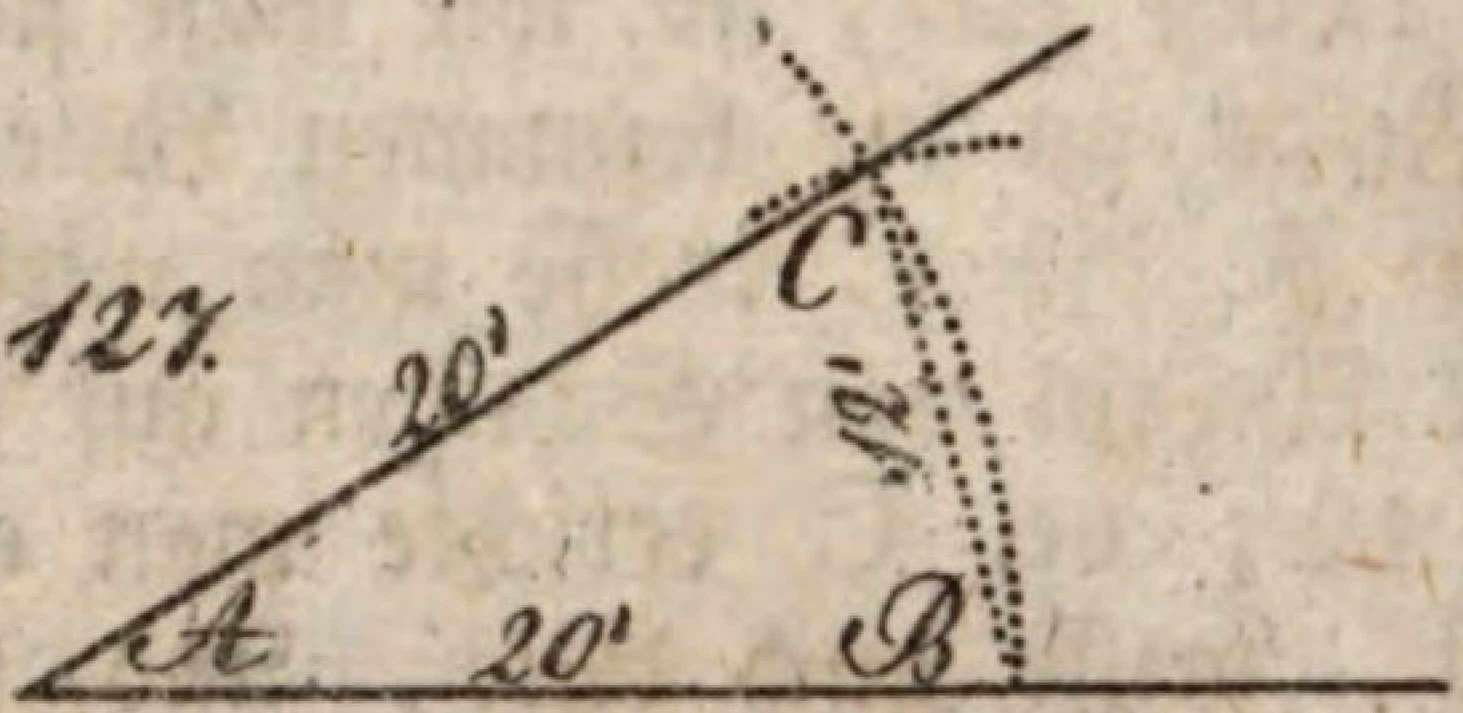
FI, GH, und gebe ihnen die auf dem Handriße angemerkten Längen 5′, 8′ ꝛc.; es können nun die Endpunkte der Senkrechten aus freier Hand zusammen gezogen, und dadurch die krumme Linie mit hinlänglicher Genauigkeit erhalten werden.

Anmerkung: In der Geometrie nennt man die gerade Linie AB (Fig. 126.) eine Abscissen-Linie, und die darauf gesezten Senkrechten, rechtwinklichte Ordinaten.

§. 39.

Aufgabe: Einen spitzigen Winkel zu messen, und zu Papier zu bringen.

Fig. 127.



1) Auf den beiden Schenkeln (Fig. 127.) AB und AC messe man überall eine Anzahl von Schuhen, z. B. 20 bis 30, messe dann die Linie BC, und bemerke die Anzahl von Schuhen, Zollen ꝛc. sehr genau, wodurch man beim Auftragen der Linien auch den Winkel A erhält, weil durch drei bekannte Seiten in einem Dreiecke auch die drei Winkel bekannt werden.

Will man diesen Winkel nach dem verjüngten Maaßstabe zu Papiere bringen, so ziehe man eine gerade Linie (Fig. 127.) AB, trage die Anzahl von Schuhen nach dem verjüngten Maaße von A nach B, und ziehe den Bogen BC, neh-

me dann die Länge der Linie BC ebenfalls auf den verjüngten Maaßstab in den Zirkel, setze die Spitze in B, und durchschneide den Bogen bei C, wodurch AC den andern Schenkel des Winkels A giebt.

2) Können die beiden Schenkel nicht gleich lang gemessen werden, und ist z. B. der Schenkel (Fig. 128.) AC kürzer als AB, so trage man Anfangs AB auf, nehme die Länge von AC, und mache damit aus A einen Bogen bei C, nehme dann die Länge von BC, und durchschneide damit aus B den Bogen bei C, wodurch AC wieder den andern Schenkel des Winkels A giebt.

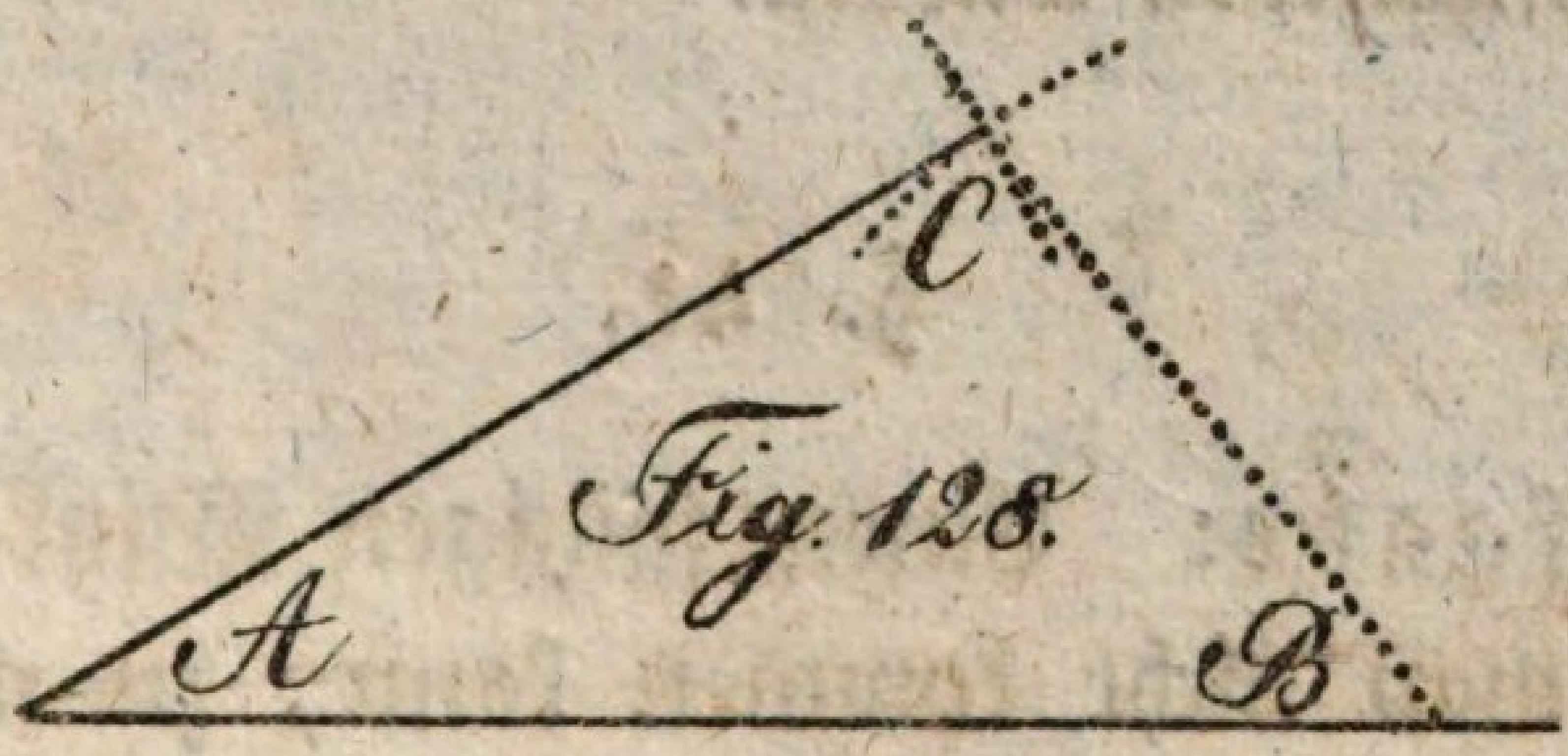
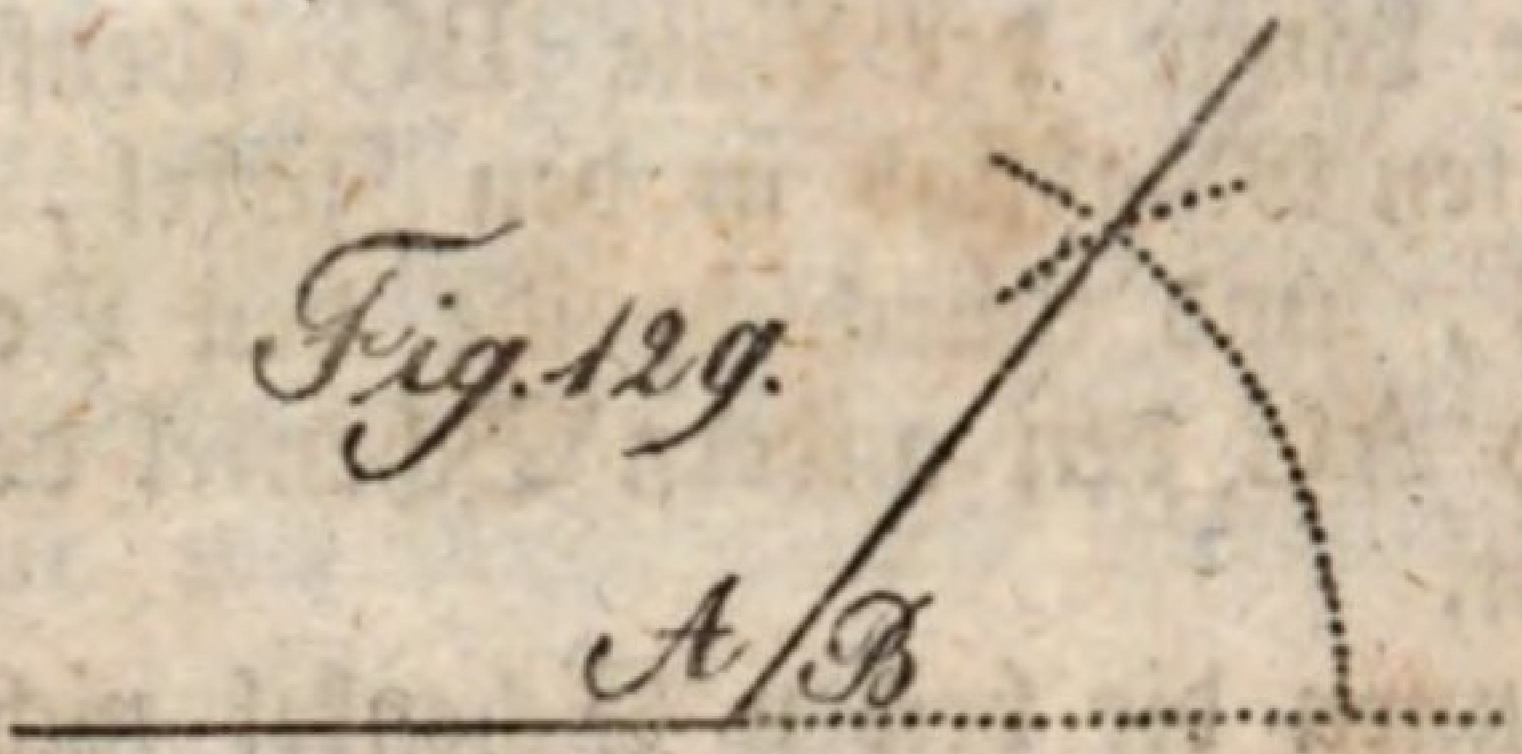


Fig. 128.

Anmerkung: Weil an der Genauigkeit der Winkel sehr viel gelegen ist, so kann man sich zum Auftragen derselben einen größeren Maaßstab verfertigen, wo neben den Zollen auch noch wenigstens die Viertelszolle abgenommen werden können, und diesen nur zum Auftragen der Winkel gebrauchen, während man die Länge der Seiten einer Figur durch den dazu bestimmten kleineren Maaßstab aufträgt.

§. 40.

Aufgabe: Einen stumpfen Winkel A zu messen.

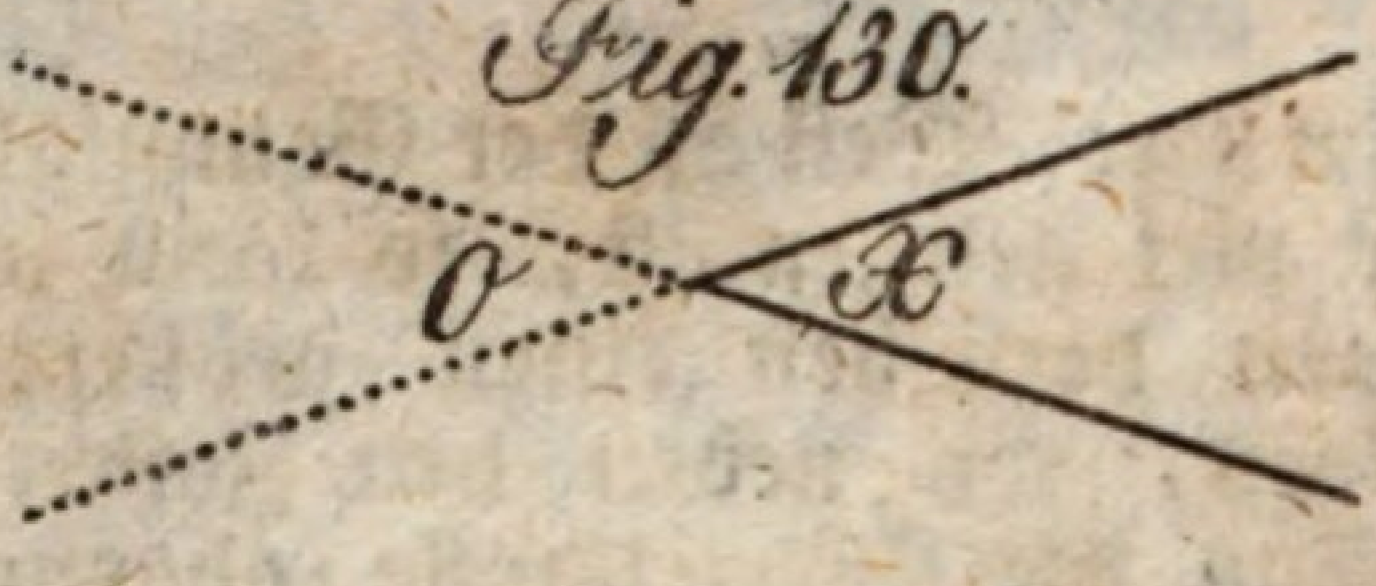


Man verlängere einen Schenkel (Fig. 129.) und messe seinen Nebenwinkel B, so wird beim Auftragen von B der Winkel A von sich selbst übrig bleiben.

Anmerkung: Bei sehr stumpfen Winkeln muß allemal der Nebenwinkel gemessen werden, weil sich beim Erstern die Linien nicht deutlich genug durchschneiden würden.

§. 41.

Aufgabe: Einen spitzigen Winkel X, zu welchem man nicht kommen kann, zu messen.

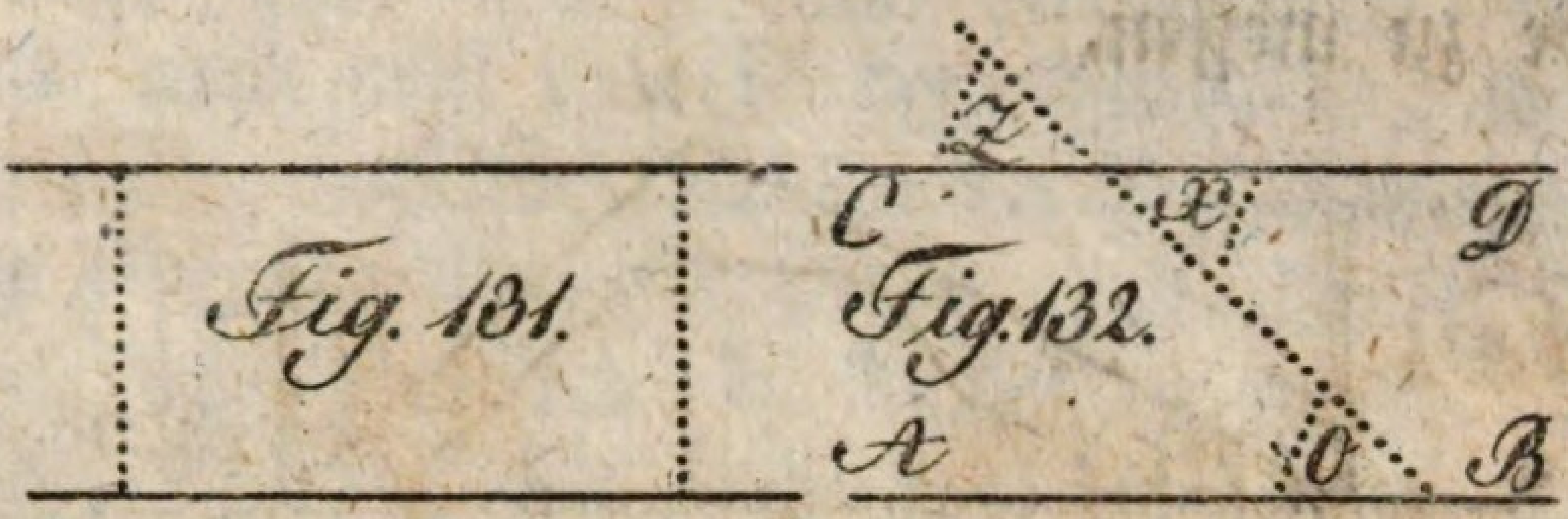


Man verlängere die beiden Schenkel, und messe seinen Vertikalwinkel (Fig. 130.) O, wo sodann beim Auftragen auch der Winkel X entstehen wird.

Anmerkung: Ist der Winkel, zu dem man nicht kommen kann, ein stumpfer, so messe man, wenn es sich thun läßt, lieber seinen Nebenwinkel, welcher spitzig ist, als seinen Vertikalwinkel.

§. 42.

Aufgabe: Parallellinien auszustecken.



Man errichte nach der bekannten Weise, ein Paar senkrechte Linien von gleicher Länge, wie die Fig. 131. zeigt; oder man ziehe (Fig. 132.) eine schiefe Linie ZO unter einem spitzigen Winkel von der gegebenen Linie AB, messe den Winkel bei O, mache den bei X oder Z gleich O, wo sodann nach der Richtung von CD eine Linie parallel mit AB gezogen werden kann.

§. 43.

Aufgabe: Eine gerade Linie über einen Plaz zu messen, durch welchen man nicht sehen, oder kommen kann.

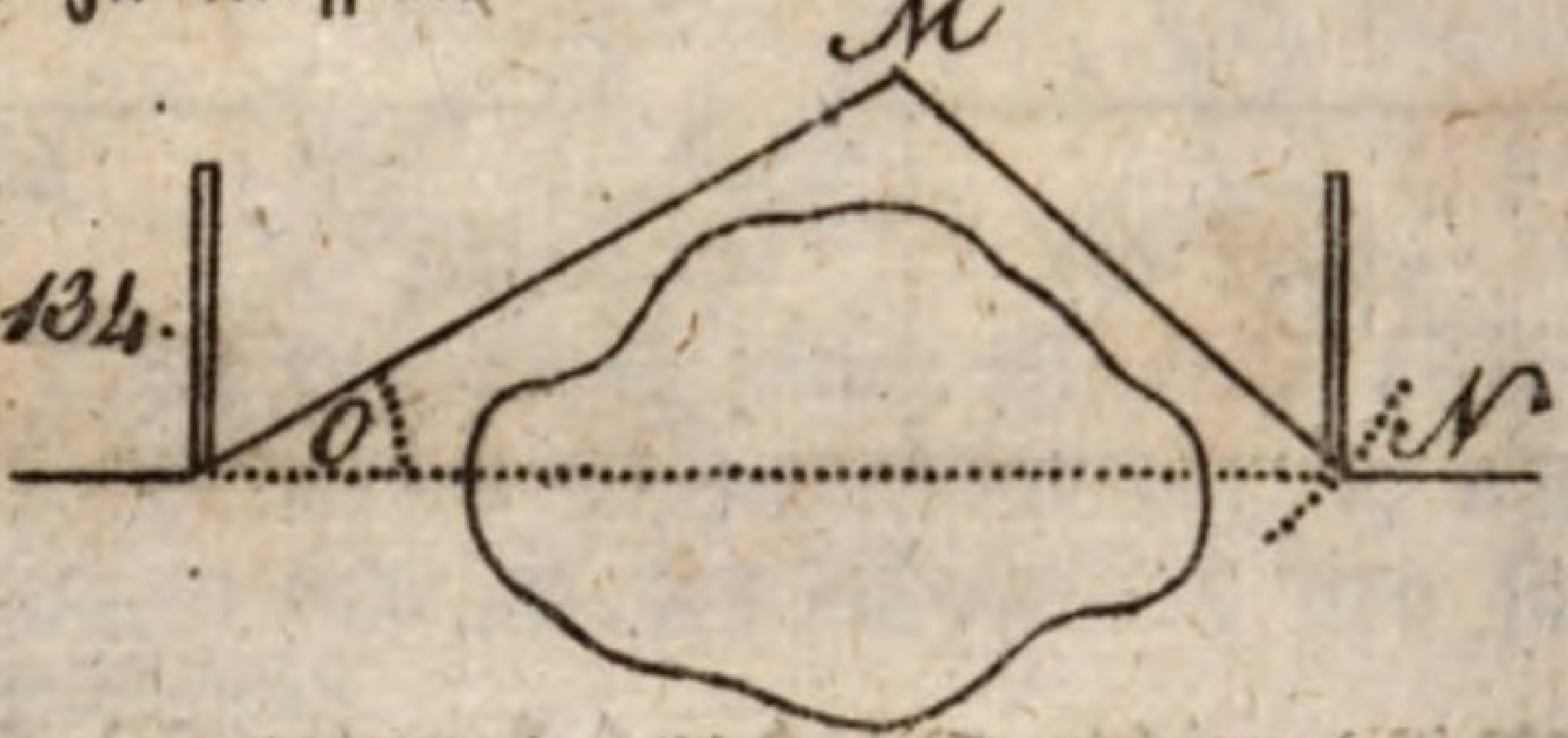
Fig. 133.

Man setze ein Paar Senkrechte auf (Fig. 133.), und messe durch eine Parallellinie vorbei, wie die Fig. 133 zeigt, wo AB = CD ist.

§. 44.

Aufgabe: Eine gerade Linie über eine Grube zu messen.

Fig. 134.



Man stecke ein Paar Stangen (Fig. 134.) in der geraden Richtung nach dem Gegenstande, nach welchem man hinmißt, und messe den Winkel O, und die Linien OM und MN; es wird sich beim Auftragen die Linie ON abschneiden, und die Länge davon auf dem verjüngten Maaßstabe finden lassen.

§. 45.

Aufgabe: Eine gerade Linie von dem Punkte A bis zum Punkte B durch einen Wald zu messen, wo man von A den Punkt B nicht sehen kann.

Fig. 135.

Man messe ungefähr nach der Richtung gegen B eine Linie AC (Fig. 135.). Kann man

wegen Hindernissen von C nicht mehr in gerader Linie fortmessen, und man sieht von C nach D, so messe man CD, und den Winkel bei C. Sieht man nun von D den Punkt B, so mißt man DB, und den Winkel bei D, wodurch man beim Auftragen dieser Linien den Punkt B erhält, den man mit A verbinden kann. Trägt man die Linie AB auf den verjüngten Maaßstab, so findet man dort ihre Länge.

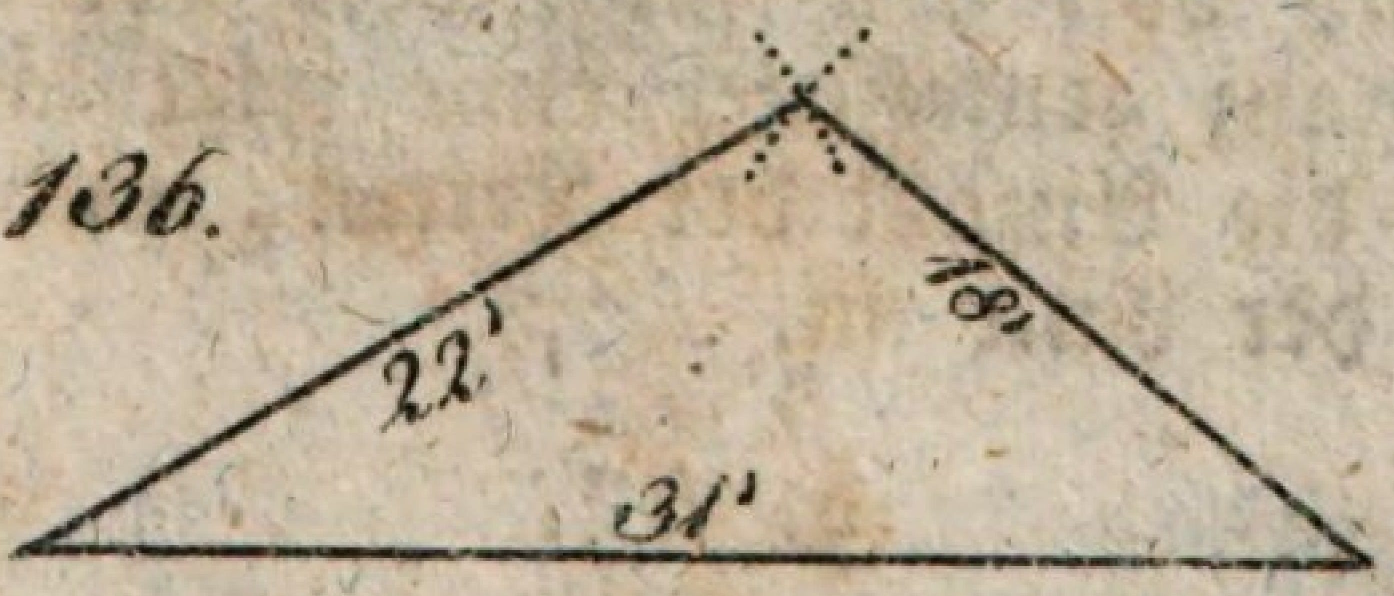
Anmerkung: 1) Werden in der Zeichnung auf den Punkten A, C und B feine Stifte senkrecht errichtet, die Zeichnung auf ein Reißbrett gespannt, dieses über den Punkt A auf dem Felde wagrecht und zwar so gebracht, daß der Punkt A in der Zeichnung senkrecht über dem Punkt A auf dem Felde steht, bei C aber eine Stange gesezt, und die Stifte AC nach derselben gerichtet, so zeigt AB gerade auf den Punkt B, wo man eine gerade Linie, wenn es nöthig ist, nach dieser Richtung durch das Gebüsch durchhauen kann.

2) Bei langen Linien wird zu dieser Aufgabe der Meßtisch, oder ein gutes Winkel-Instrument angewandt, so wie überhaupt die Entfernungen von Punkten, zu denen man nicht kommen kann, am sichersten durch diese Instrumente gemessen werden.

§. 46.

Aufgabe: Ein dreieckichtes Feld auszumessen, und zu Papier zu bringen.

Fig. 136.



Man messe die drei Linien (Fig. 136.), und schreibe die Maaße derselben in einem beiläufigen Handriß, nehme beim Aufzeichnen eine Linie zur Grundlinie, trage ihr Maaß auf dieselbe, und setze die übrigen mit Durchschneidungen darauf, wie die Fig. 136. zeigt.

Anmerkung: 1) Da man bei jeder Fig. einen ungefähren Handriß nöthig hat, um die Längen der Linien dazu zu schreiben, so muß man zuvor die Figur wohl umgehen, um ihre Seiten und Winkel genau kennen zu lernen. Auf die Ecken steckt man Stangen, damit man Linien abstecken, und in gerader Richtung nach derselben messen könne.

2) Hat man Meßketten, so werden die beiden Ringe, die sich hinten und vorne befinden, an zwei unten spitzige Stäbe (§. 35. c.) gelegt, und der vordere durch den hinteren jedesmal in gerader Richtung nach dem Gegenstande gestellt, nach welchem man hinmißt. Um dieses zu bewerkstelligen, winkt der Feldmesser dem vorausgehenden Kettenzieher so lange mit der Hand, links oder rechts, bis er die Stelle trifft, wo der vordere Stab in gerader Richtung mit dem hintern das aufgestellte Zeichen deckt, auf welches man zumißt. Ist die Kette in gerader Richtung, so wird in den Plaz des vorderen Stabes ein kleiner Stab gesteckt, und die Kette so lange vorwärts gezogen, bis der hintere Stab in die Stelle des vordern zu stehen kommt, wo der, von dem vorderen Kettenzieher eingesteckte kleine Stab von den folgenden aufgehoben wird. Nach ganz gemessener Linie zeigt die Anzahl der Stäbe die Anzahl der Ketten, und folglich die Länge der Linie an.

§. 47.

Aufgabe: Einen viereckichten Plaz auszumessen.

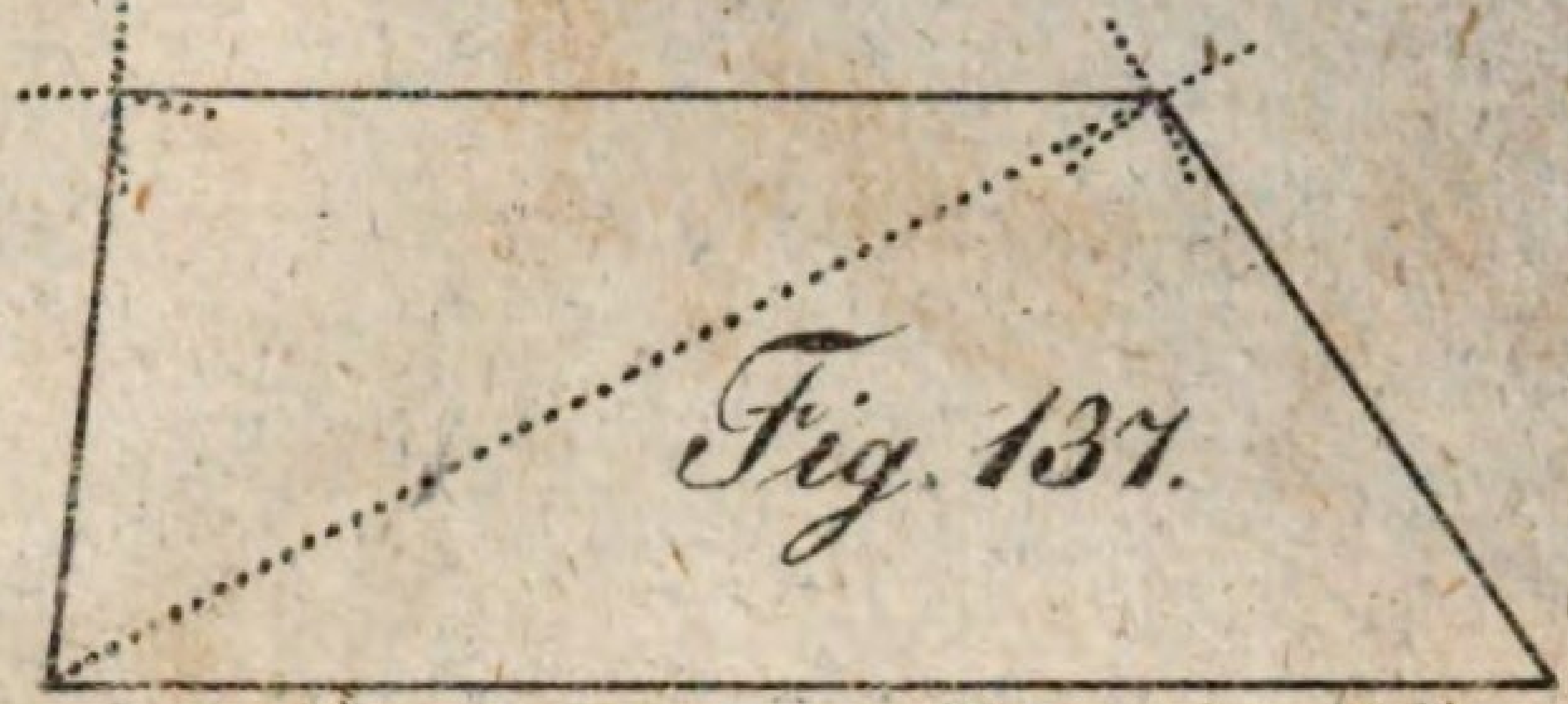


Fig. 137.

Man messe die vier Seiten (Fig. 137.), und die Diagonallinie, so kann das Ganze als zwei Dreiecke aufgetragen werden.

§. 48.

Aufgabe: Ein unregelmäßiges Vieleck auszumessen.

Fig 138.

Man zerfälle die Figur in lauter Dreiecke (Fig. 138.), messe alle Seiten, und trage sie als lauter Dreiecke auf.

Anmerkung: Wenn ein Vieleck durch Diagonallinien in lauter Dreiecke zerfällt wird, so bekommt man so viele Dreiecke weniger zwei, als das Vieleck Seiten hat.

§. 49.

Aufgabe: Ein Dreieck auszumessen, wo man von B nach C nicht kommen kann.

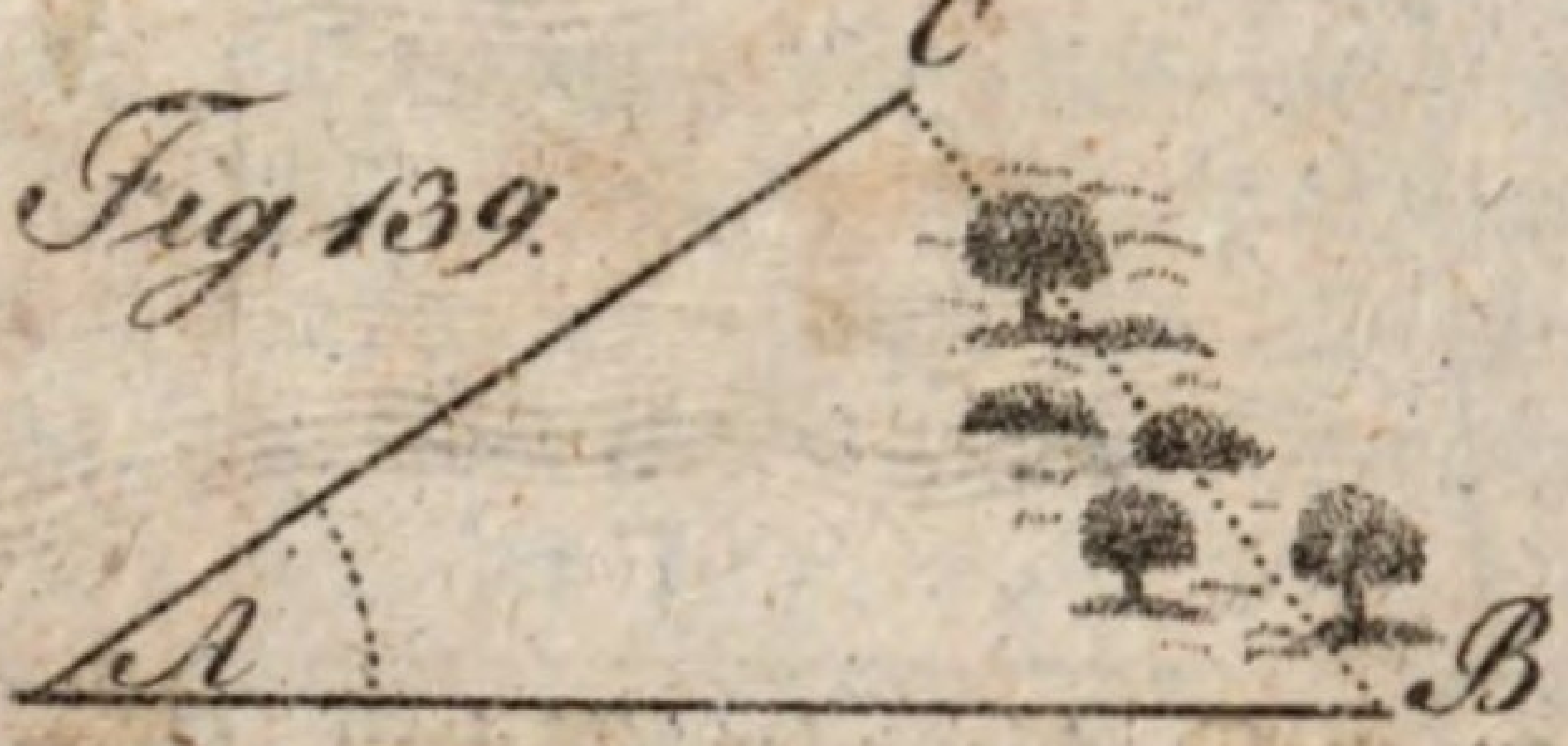


Fig. 139.

Man messe den Winkel bei (Fig 139.) A, dann die Seiten AB, und AC, und verbinde beim Auftragen die Punkte B und C mit einer geraden Linie, wodurch das ganze Dreieck bestimmt ist.

§. 50.

Aufgabe: Ein Dreieck auszumessen, wo der Punkt C unzugänglich ist.

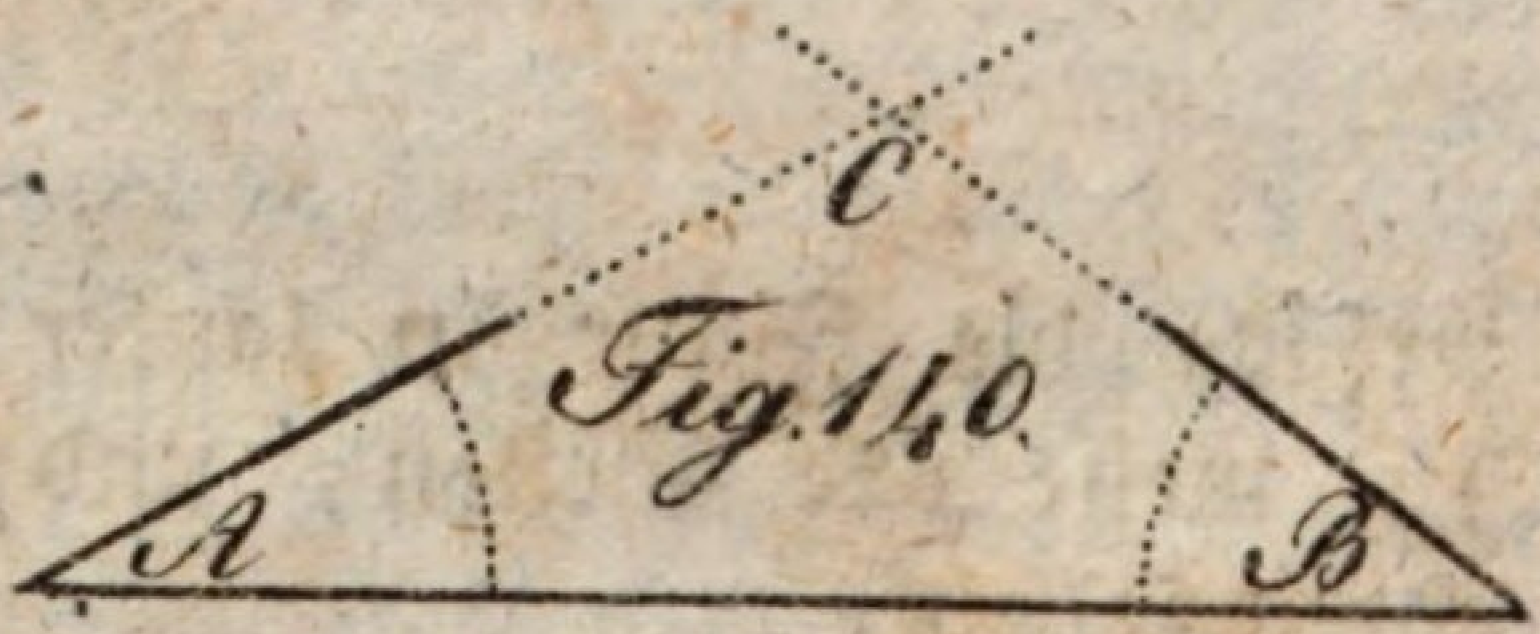


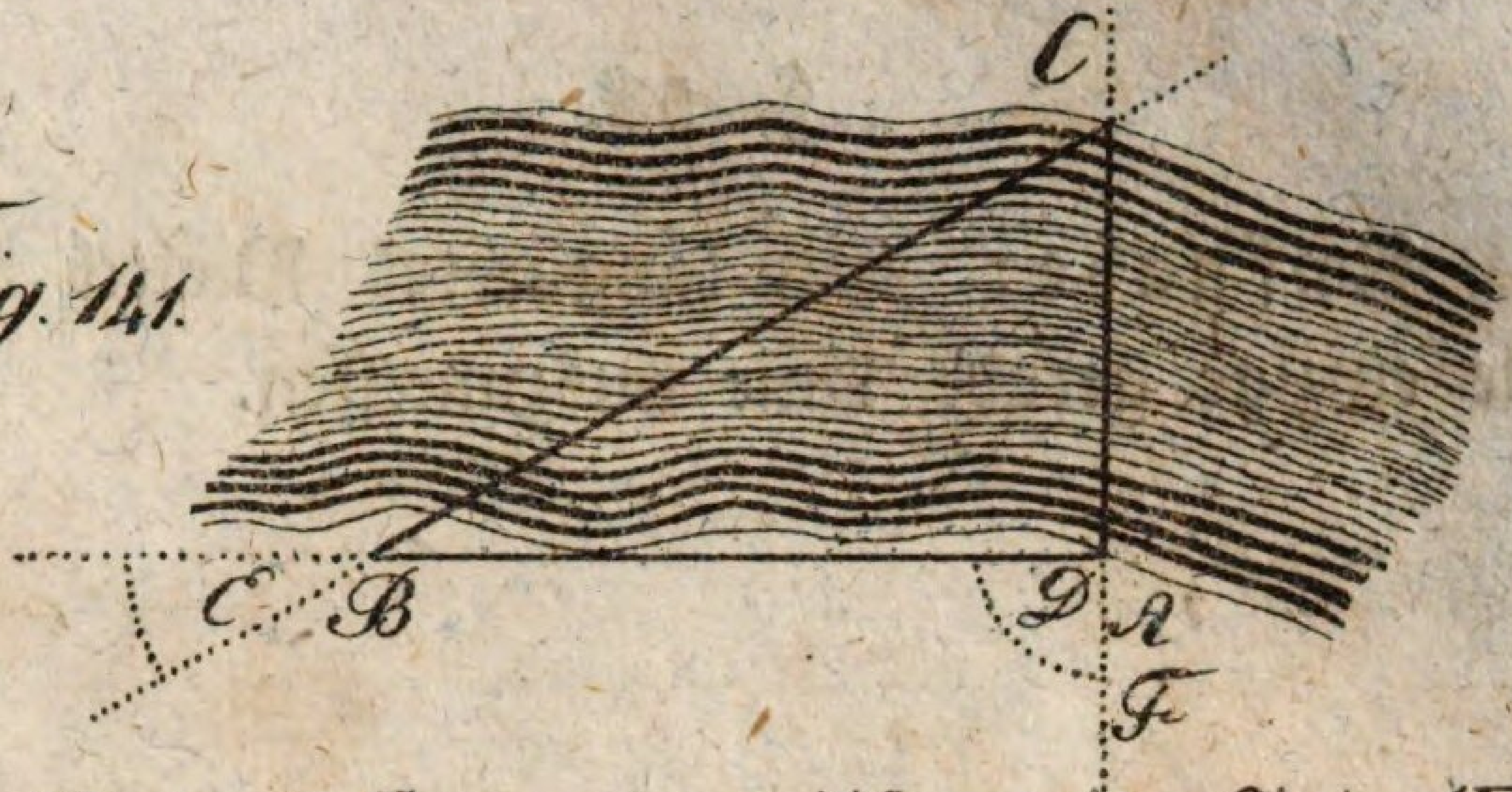
Fig. 140.

Man messe die Linie (Fig. 140.) AB, und die Winkel bei A und B, wodurch sich der Punkt C mittels der Durchschneidung der zwei Linien AC und BC von sich selbst bestimmt.

§. 51.

Aufgabe: Die Breite eines Flußes zu messen.

Fig. 141.



Man messe an dem Ufer eine Linie (Fig. 141.) AB, und merke sich jenseits des Flußes einen bestimmten Punkt C, ziehe in der Richtung von AC eine Linie AF rückwärts, und messe den Winkel D, und bei B den Scheitelwinkel E, indem man die Linie nach der Richtung von BC rückwärts verlängert; durch dieses Verfahren kann die Linie AC beim Auftragen der Fig. auf dem verjüngten Maaßstabe gefunden werden.

§. 52.

Aufgabe: Ein Vieleck auszumessen, in welches man nicht hinein gehen kann.

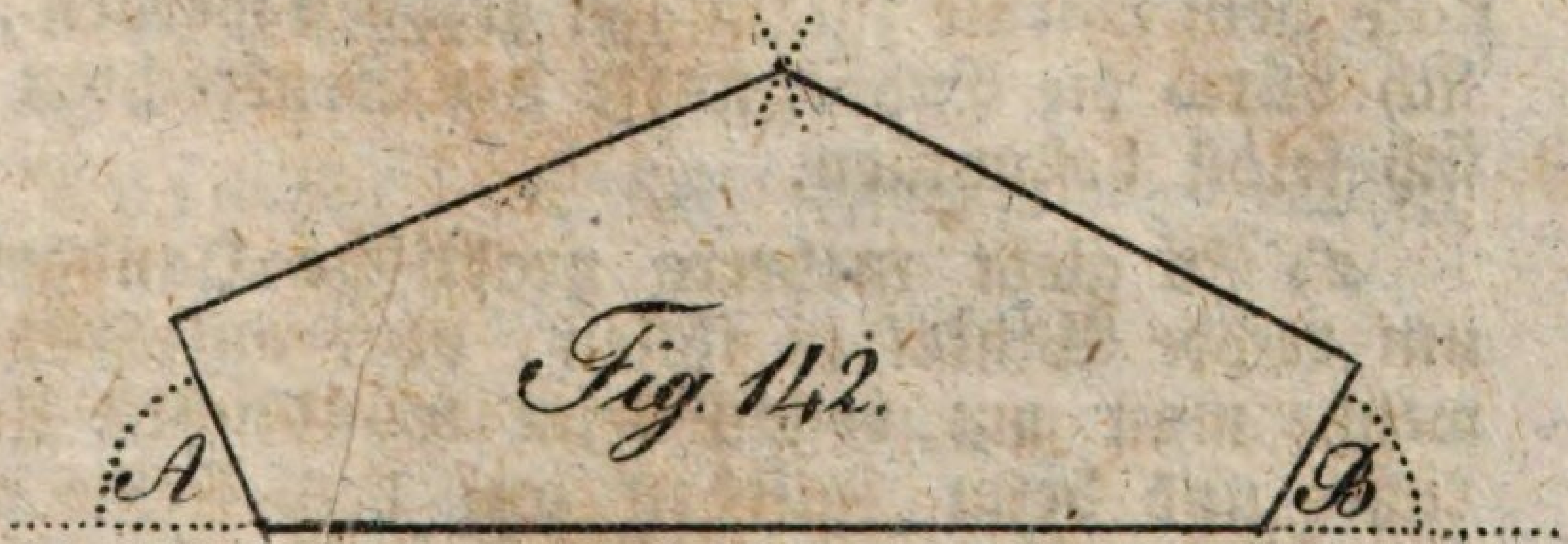


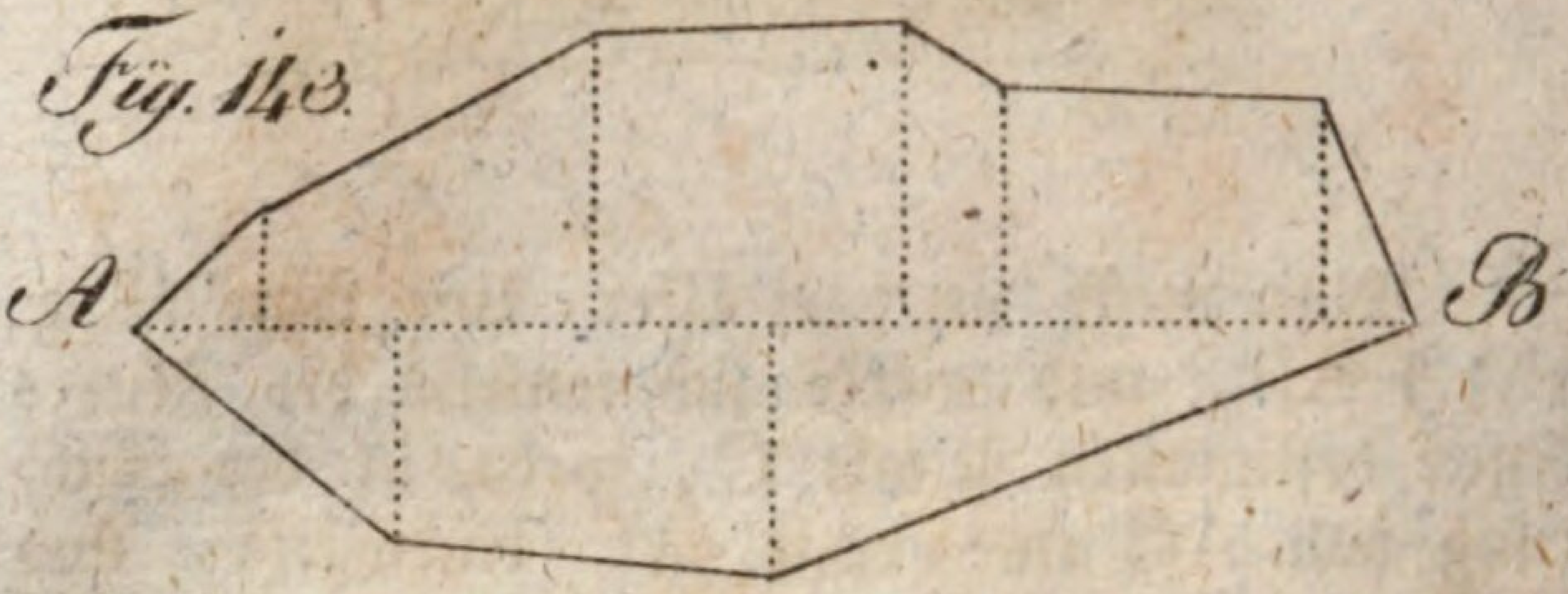
Fig. 142.

Man messe so viele Nebenwinkel (Fig. 142.), als man nöthig hat, hier zwei, A und B, und alle Seiten von außen, wodurch sich die Figur richtig zu Papier bringen läßt.

§. 53.

Aufgabe: Ein länglichtes Vieleck durch eine einzige gerade Linie auszumessen.

Fig. 143.



Man messe die Linie (Fig. 143.) AB, fälle aus jedem Winkel Senkrechte auf dieselbe, und schreibe die Längen aller Linien genau auf, wodurch die Endespunkte der Senkrechten zusammen gezogen und die ganze Fig. richtig aufgezeichnet werden kann.

Anmerkung: 1) Das Verfahren ist hier das nämliche, wie bei der krummen Linie (§. 38.), nur daß die äußern Linien in gerader Richtung nach dem Lineale zusammen gezogen werden, die sich durch die Endespunkte der Senkrechten von sich selbst bestimmen.

2) Es giebt mehrere praktische Handgriffe, um rechte Winkel zu fällen, oder aufzurichten, welche man am besten beim mündlichen Unterrichte und beim Zusehen auf dem Felde erlernen kann. Am zweckmäßigsten ist aber der so genannte Winkel-Spiegel, der erst in der neuern Zeit erfunden wurde, und der seiner Wohlfeilheit wegen von jedermann leicht angeschaft werden kann.

§. 54.

Aufgabe: Ein großes Vieleck durch ein Dreieck zu messen.

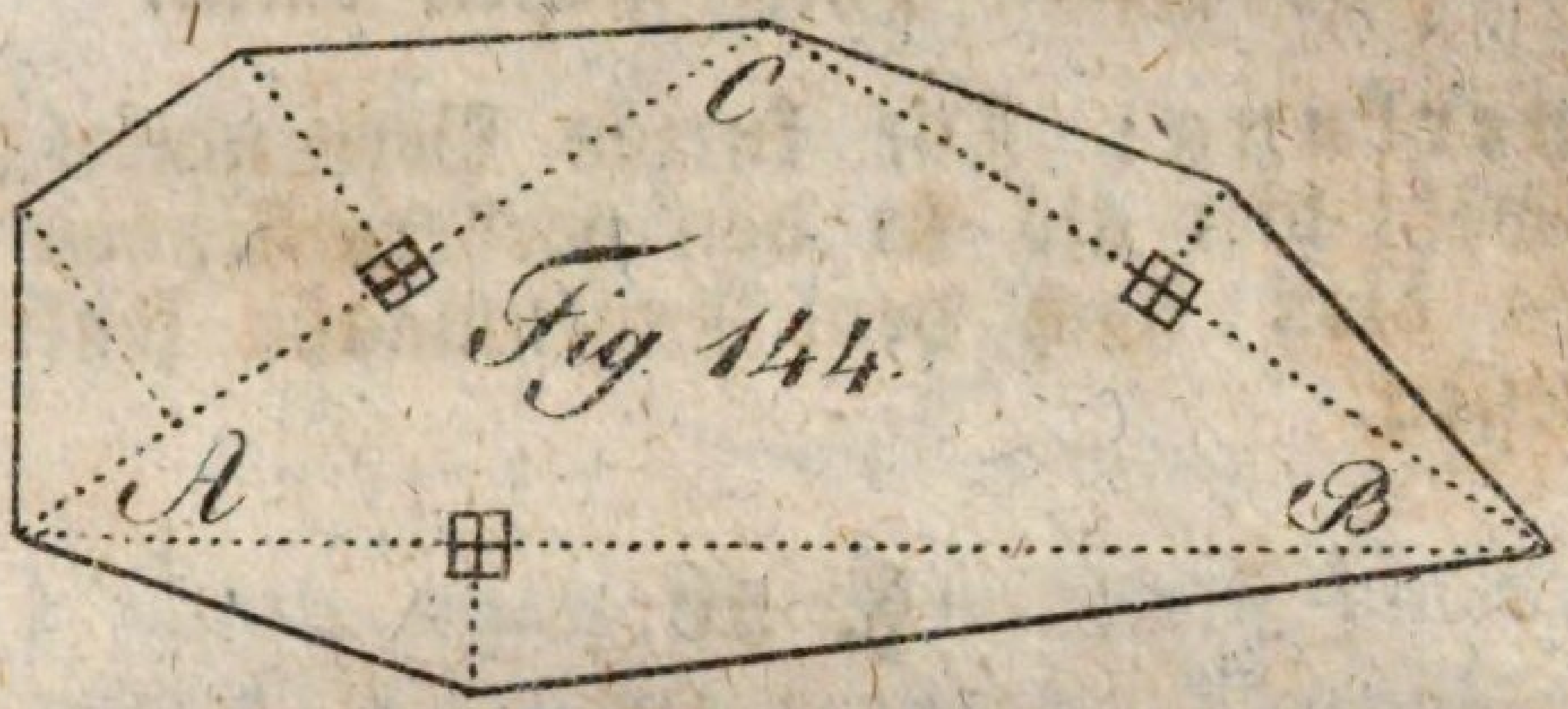


Fig 144.

Man messe ein Dreieck (Fig. 144.), nach Gutbefinden in die Fig., hier ABC, und von den Seiten desselben in die Winkel senkrechte Linien, wodurch sich, wenn das Dreieck und die Senkrechten aufgetragen werden, die Seiten des Vieleckes durch die Endespunkte der Senkrechten bestimmen.

Anmerkung: Ist das Vieleck gar weitschichtig, so können auch mehrere Dreiecke an einander gemessen, und darauf die Senkrechten gefällt werden.

§. 55.

Aufgabe: Einen Teich auszumessen.

Fig. 145.

Man schließe ihn in ein Dreieck oder Viereck (Fig. 145.); hier in ein Dreieck, messe die

Seiten desselben, und setze auf die stärksten Beugungen senkrechte Linien, wodurch man, wenn diese nach dem verjüngten Maaße aufgezeichnet werden, die krumme Linie mit hinlänglicher Genauigkeit aus freier Hand ziehen kann.

Anmerkung: Die kurzen Perpendikel werden sowohl hier als in den vorhergehenden Aufgaben bloß nach dem Augenmaaße senkrecht gemessen.

§. 56.

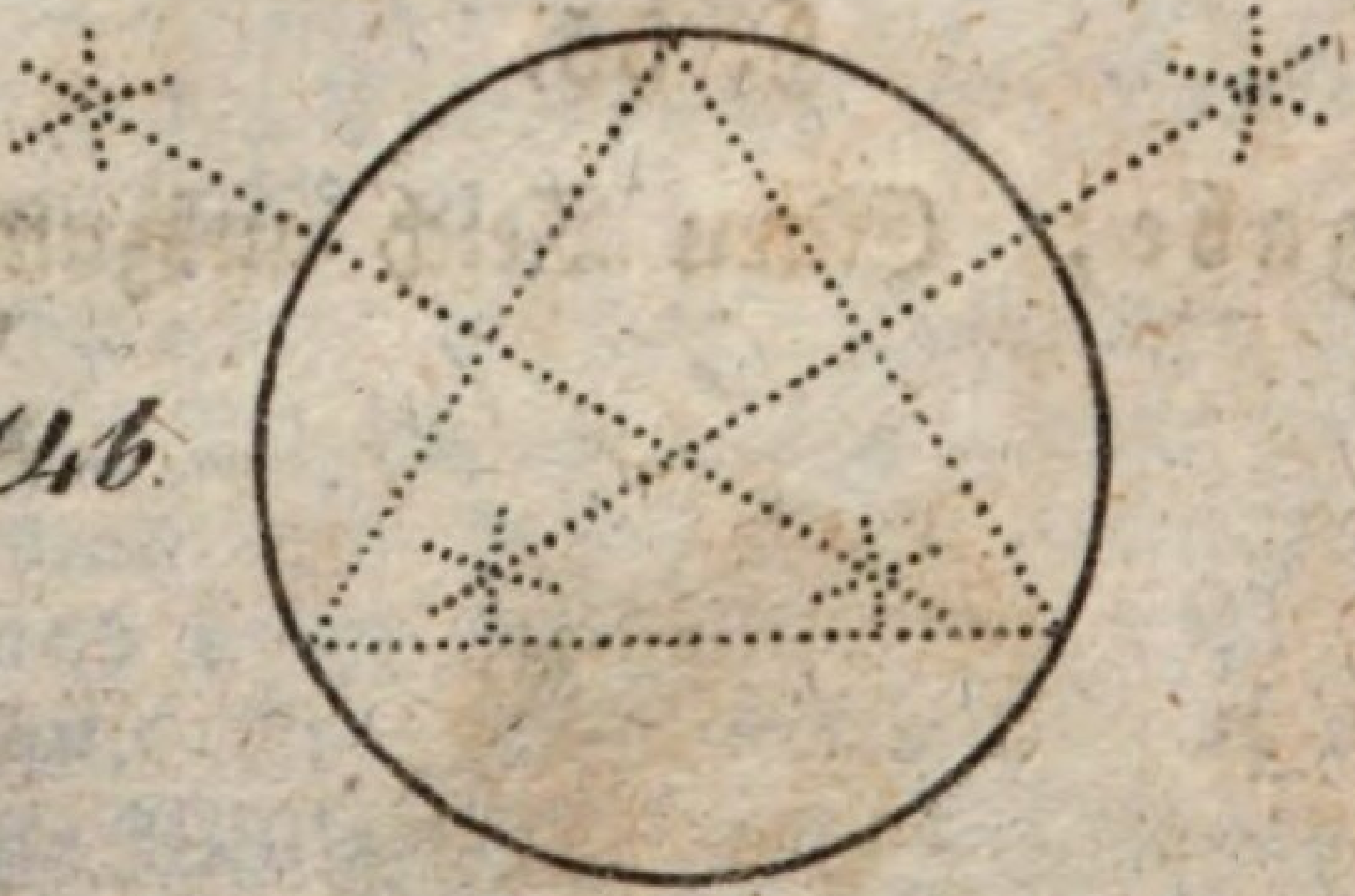
Aufgabe: Ein regelmäßiges Vieleck auszumessen, und zu Papier zu bringen.

Man messe nur eine Seite, und bemerke die Anzahl der Seiten des Vieleckes, wodurch man dasselbe nach §. 11., Aufgabe X., Ziffer 1. aufzeichnen kann.

§. 57.

Aufgabe: Eine Kreisfläche, wo der Mittelpunkt nicht bekannt ist, auszumessen.

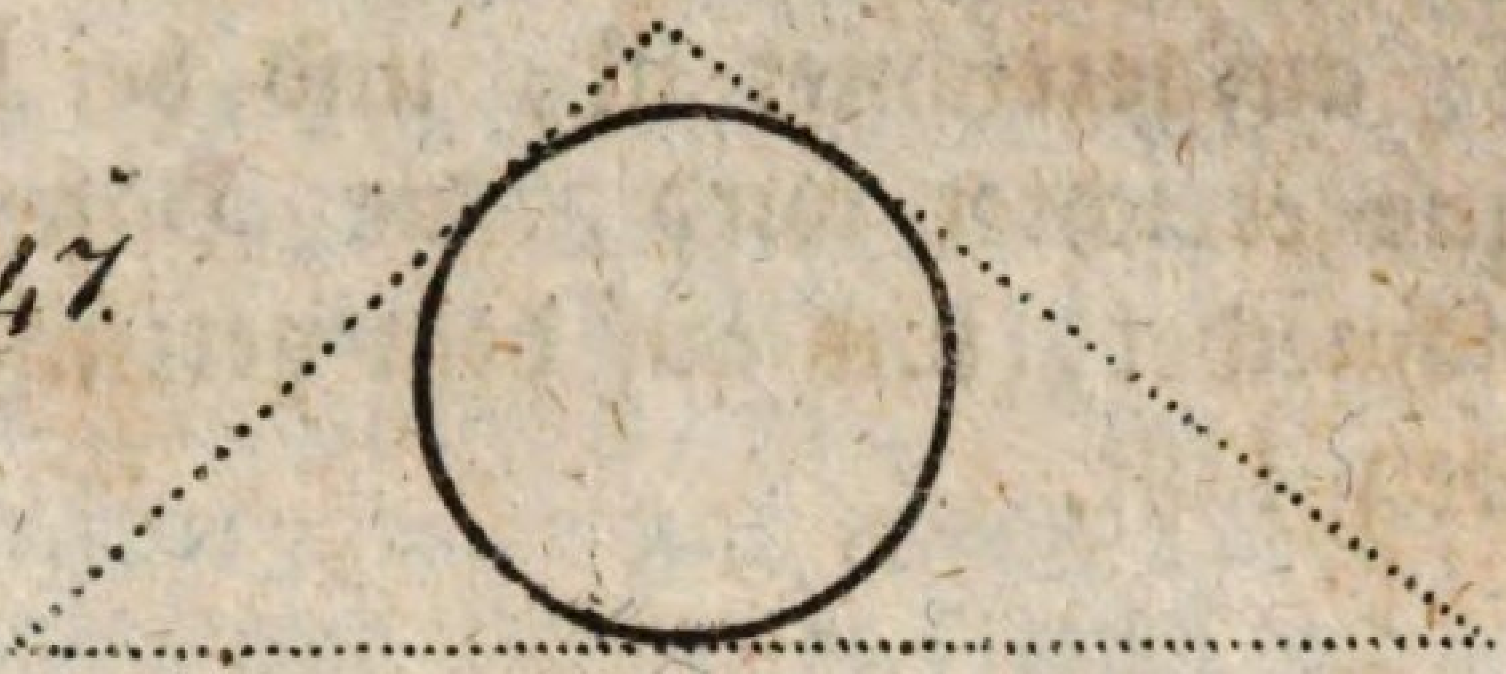
Fig. 146.



1) Man messe durch drei Punkte des Kreises ein Dreieck (Fig. 146.), bringe dieses nach dem verjüngten Maaßstabe zu Papier, und suche durch

Aufsetzung zweier Senkrechten den Mittelpunkt, wodurch durch die Spitzen des Dreieckes der Kreis nach seiner Größe beschrieben werden kann.

Fig. 147.



2) Kann man in den Kreis hinein gehen (Fig. 147.), so messe man ein Dreieck um selben herum, doch so, daß die Seiten die Kreislinie berühren, wodurch man wieder, wenn das Dreieck aufgetragen ist, durch Zertheilung zweier Winkel den Kreis in das Dreieck hinein beschreiben kann.

§. 58.

Aufgabe: Die Höhe einer Mauer oder eines Baumes zu messen.

Fig. 148.

Man stecke (Fig. 148.) in einiger Entfernung von dem Gegenstande eine Stange AB, ungefähr 5 Fuß hoch, lasse eine andere Stange CD in gerader Richtung mit dem Baume so

stecken, daß die drei Punkte ACF, wenn man über A hinsieht, sich einander decken, messe die Entfernung der beiden Stangen BD, ihre Höhe AB und CD, und die Linie BE, wodurch sich, wenn die Figur aufgezeichnet ist, und bei E eine senkrechte Linie errichtet wird, die Höhe EF durch ACF abschneidet, und auf dem verjüngten Maaßstabe finden läßt.

§. 59.

Aufgabe: Eine gerade Linie über einen Berg zu messen.

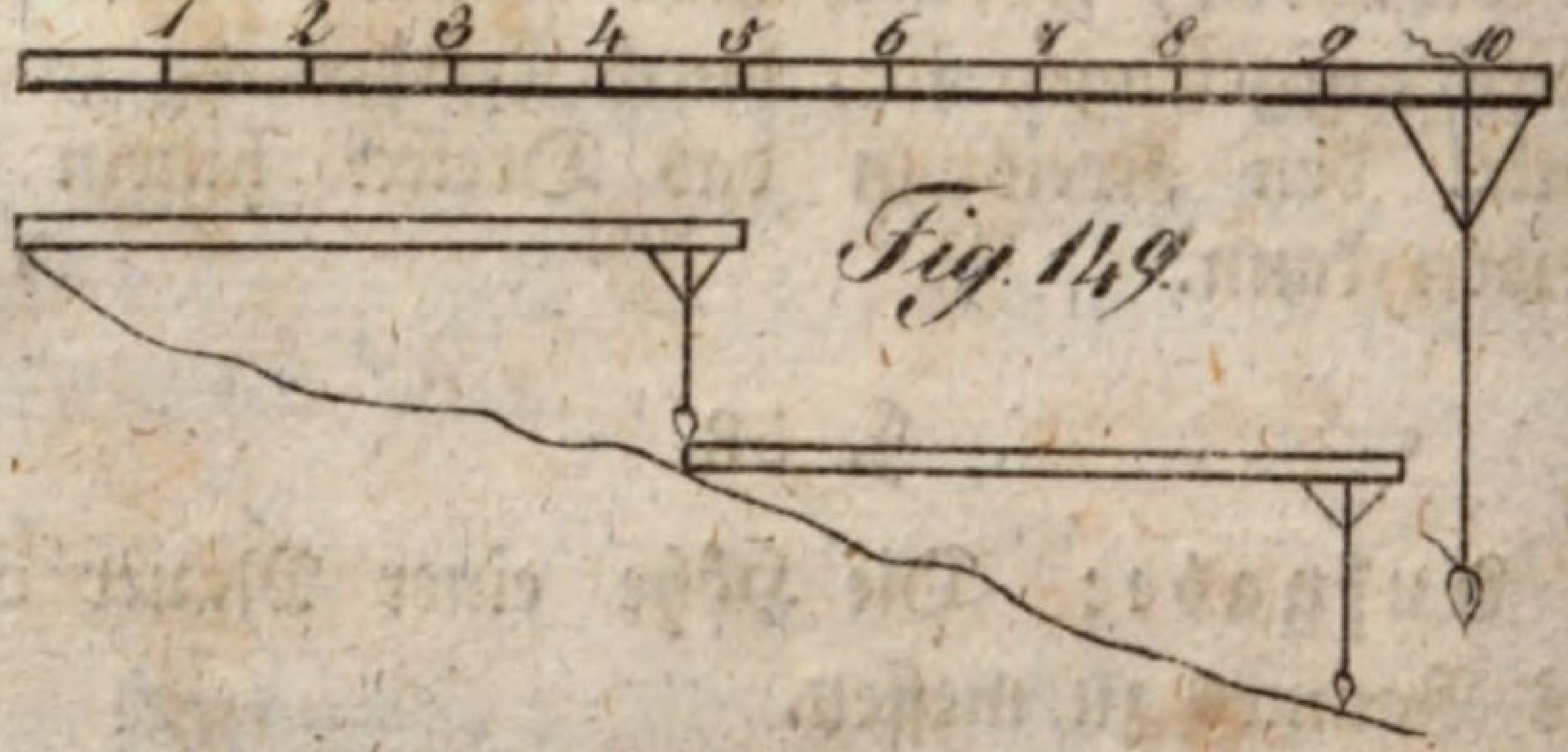


Fig. 149.

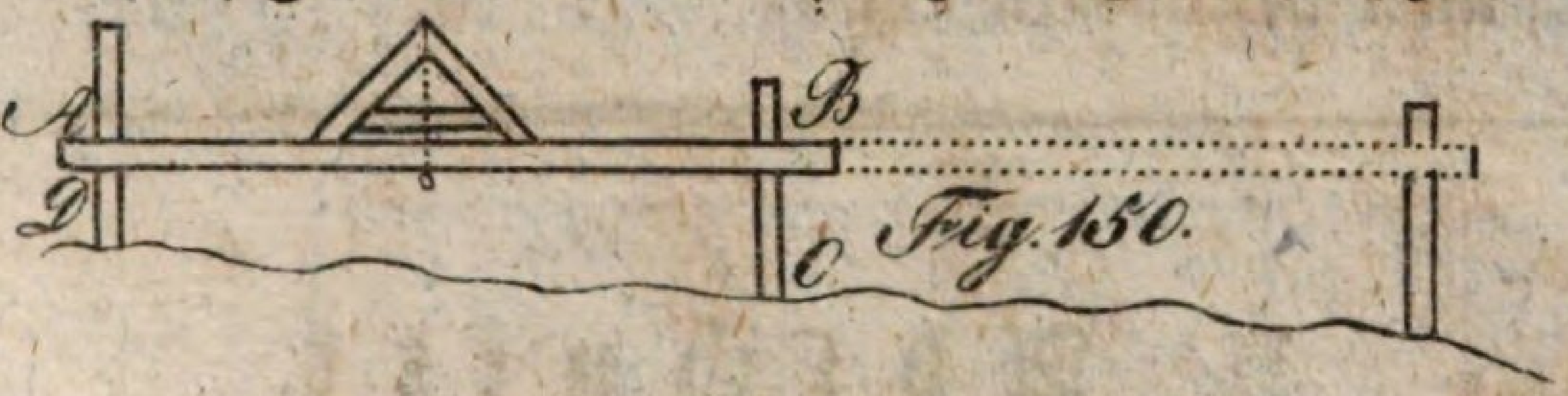
Man nehme eine Meßlatte von 10 Schuhen (Fig. 149.), befestige vorne ein gleichschenklichtes Dreieck daran, dessen Spitze senkrecht auf dem Punkte 10 steht. Von diesem Punkte lasse man durch eine kleine Oeffnung eine Schnur mit einem Senkblei (Senkel) herunter, welches man auf- und abziehen kann. Beim Messen lege man die Latte so an, daß das Senkblei mit der Schnur an der Spitze des gleichschenklichten Dreieckes steht, wodurch die Latte immer wagrecht bleibt, und stecke dort, wo das Senkblei den Boden berührt, einen kleinen Stab, an welchen man die Latte

wieder anlegt, und so fort fährt, bis die Linie gemessen ist.

Anmerkung: Da alles, was auf den Bergen wächst, oder auch gebaut wird, in senkrechter Richtung mit der Grundfläche steht, so muß bei dergleichen Gegenständen auch nur auf die wagrechte Linie, und keineswegs auf die schiefe, Rücksicht genommen werden. Bei Flächen aber, die gepflastert, oder mit etwas bedeckt werden, wie Strassen und Dächer rc., wird nur die schiefe Linie gemessen, und in Anschlag gebracht.

§. 60.

Aufgabe: Einen Plaz wagrecht abzuebnen.



Man läßt mehrere Pfähle einschlagen (Fig. 150.), legt eine gerade Latte AB an dieselben, stellt dann die Setzwage auf, und bemerkt bei A und B mit Linien die Höhe der Latte, wodurch man sehen kann, wie viel der Punkt C niederer ist, als der Punkt D. Auf diese Art verfährt man mit allen eingeschlagenen Pfählen. Ist die Höhe überall richtig angezeigt, so weiß man, wie viel Erde an einem Orte angeschüttet, und an einem andern hinweg genommen werden muß.

Anmerkung: 1) Auf die Art kann man auch das Gefäll eines laufenden Wassers in Bächen und Kanälen finden, welches man Nivelliren oder Abwägen des Wassers nennt, wenn die Linien, durch welche man den Fall des

Wassers untersuchen will, nicht zu lange sind. Denn wenn man auf die obige Art mehrere Pfähle an dem Ufer einschlägt, so wird der lezte anzeigen, um wie viel die Linie von der Latte abwärts länger ist, als die erste.

2) Die Länge einer Linie, oder auch den Inhalt einer Fläche kann man, wenn keine große Genauigkeit erfordert wird, auch mit Schritten dadurch bestimmen, daß man eine Linie von 10 oder 20 Schuhen mißt, dann öfters auf derselben auf- und abgeht, jedoch ohne sich im Gehen einen Zwang anzuthun, damit die Schritte nicht ungleich werden, und selbe jedesmal zählt. Hat man z. B. gefunden, daß 6 Schritte 10 Schuhe ausmachen, so hat man ein Verhältniß, nach welchem man die Länge der abgeschrittenen Linien bestimmen kann.

II. Abschnitt.

Von der Ausrechnung der Flächen.

§. 61.

Erklärungen.

1) Zur Berechnung des Inhaltes einer Fläche muß ein bestimmtes Maaß zum Grunde angenommen werden. Das Quadrat ist hiezu die schicklichste Figur. Gewöhnlich wird der Quadratschuh genommen (T. I., §. 47.);

2) Wenn man einen Quadratschuh so oft in einer Fläche herumlegt, als es angeht, so findet man den Inhalt derselben.

Anmerkung: 1) Beinahe alle geometrischen Vermessungen werden im zehntheiligen Maaße vorgenommen, daher hier auch nur immer von diesem die Rede sein wird.

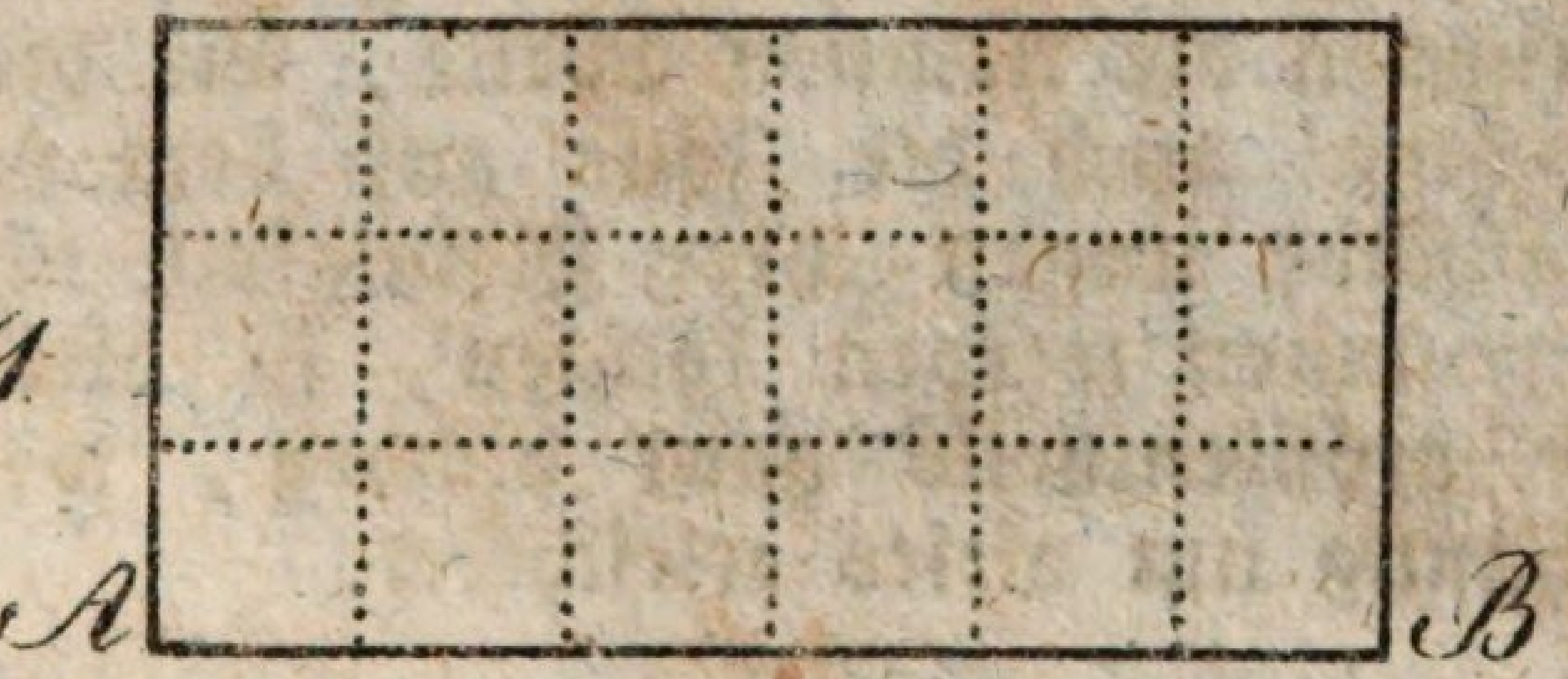
2) Wie sich das bürgerliche, oder das gewöhnliche Werk- oder das zwölftheilige- zum zehntheiligen- oder geometrischen Maaße verhält, und wie diese beiden Maaße in Ruthen, Schuhe, Zolle rc. eingetheilt sind, ist im I. Theil, §. 46. dieses Werkchens angegeben.

Ferners bestimmt der §. 111. des eben angeführten Theiles, wie man das zwölf- in das zehntheilige Maaß, und umgekehrt verwandelt.

§. 62.

Aufgabe: Den Flächeninhalt eines Rechteckes zu finden.

Fig. 151



Man multiplizire die Grundlinie mit der Höhe (T. I., §. 65., I. B.), wodurch man den verlangten Inhalt erhält. Denn auf der Grundlinie (Fig. 151.) AB können so viele Quadratschuhe stehen, als viele Schuhe sie lang ist, und diese Reihe von Quadratschuhen kann so oft wiederholt werden, als viele Schuhe das Rechteck breit ist, wie sich aus der Figur deutlich abnehmen läßt.

Zusaz: Da im Quadrate die Grundlinie gleich der Höhe ist, so giebt jede Zahl mit sich selbst multiplizirt, ein Quadrat.

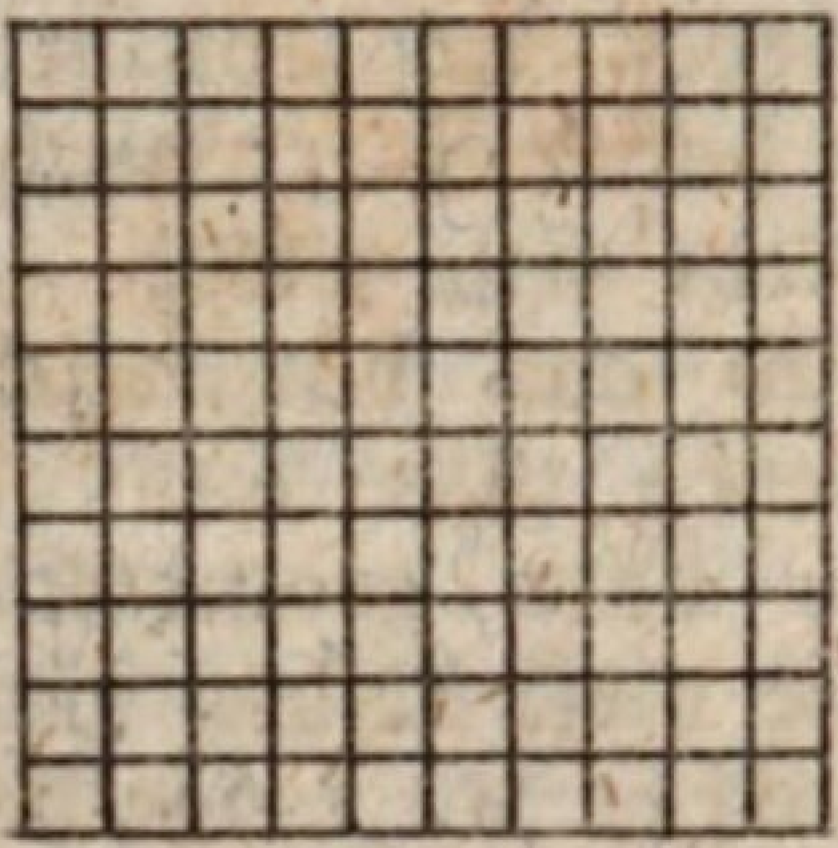


Fig. 152.

Die Fig. 152. zeigt einen zehntheiligen Quadratzoll in seine Quadratlinien eingetheilt an.

Anmerkung: 1) Der Inhalt einer Fläche wird gewöhnlich nur in Quadratschuhen angezeigt, daher wird auf die Klafter und Ruthen keine Rücksicht genommen, und alle Berechnungen nur nach Quadratschuhen, Zollen und Linien angesezt.

2) Weil aber bei den gewöhnlichen Vermessungen die kleinsten Theile, wie die Linien, manchmal auch die Zolle auf dem verjüngten Maaßstabe wegen ihrer Kleinigkeit nicht mehr abgenommen werden können, so bleiben auch diese größtentheils ganz hinweg, welches die Rechnung um vieles erleichtert.

§. 63.

Aufgabe: Den Flächeninhalt einer Raute zu finden.

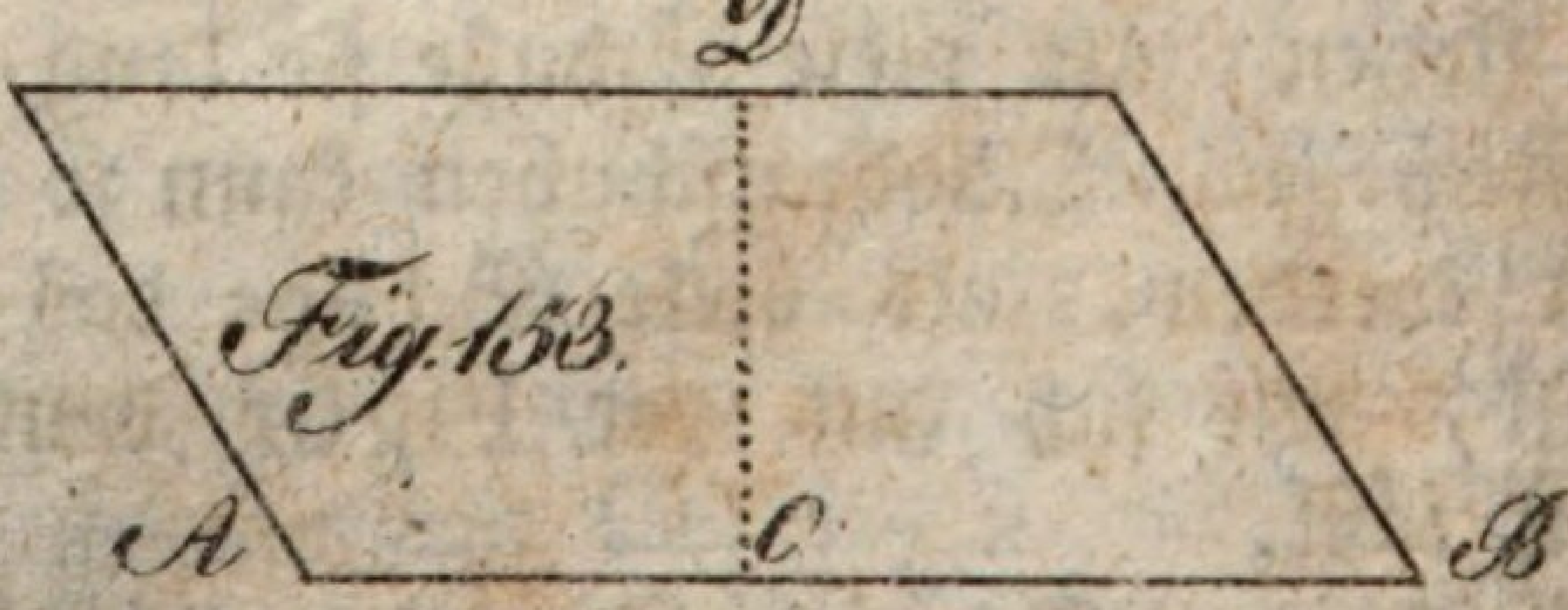


Fig. 153.

Da jede Raute entweder ein verschobenes Quadrat oder Rechteck ist, so giebt auch hier

die Grundlinie (Fig. 153.) AB multiplizirt mit der Höhe CD den Flächeninhalt.

§. 64.

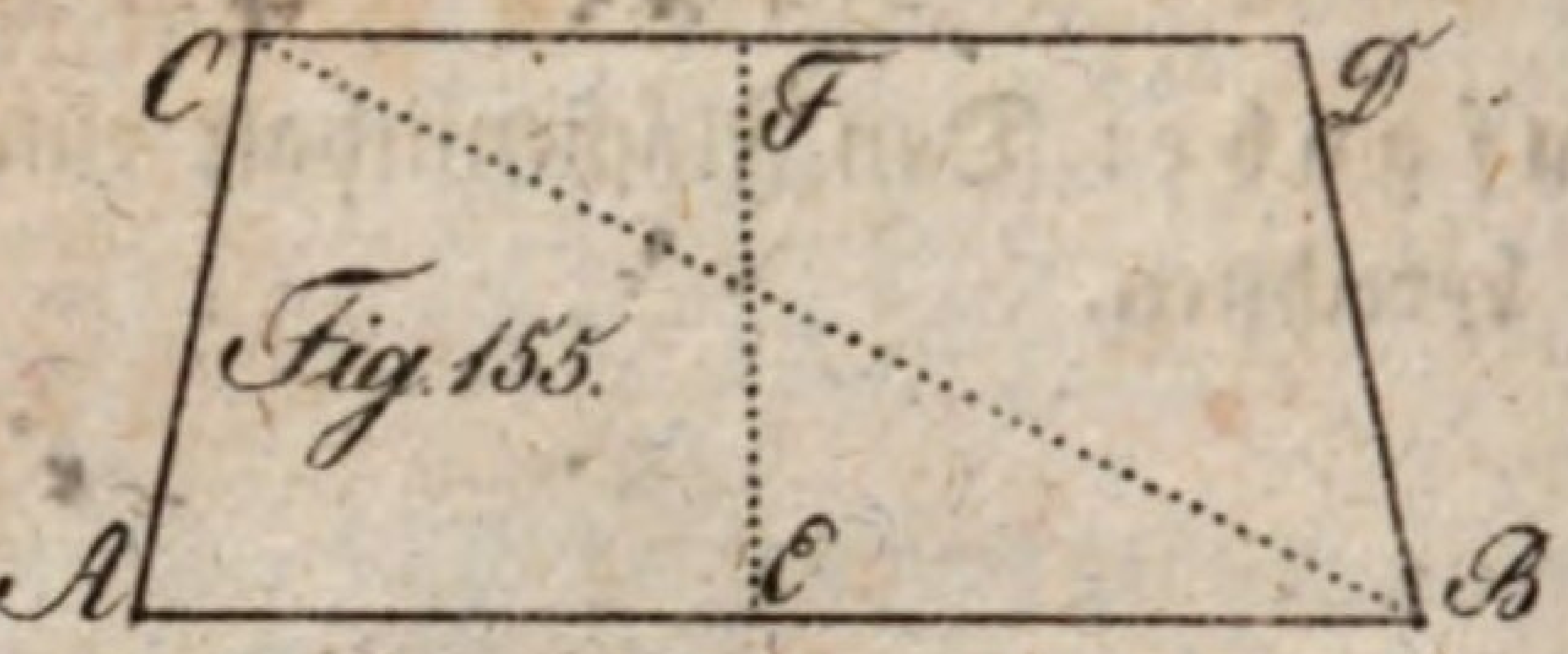
Aufgabe: Den Flächeninhalt eines Dreieckes zu berechnen.

Weil die Dreiecke Hälften von Parallelogramen sind, so wird entweder die ganze Grundlinie (Fig. 154.) AB mit der halben Höhe CD, oder die ganze Höhe CD mit der halben Grundlinie AB multiplizirt, oder auch die ganze Grundlinie mit der ganzen Höhe multiplizirt, und das Produkt durch 2 dividirt.

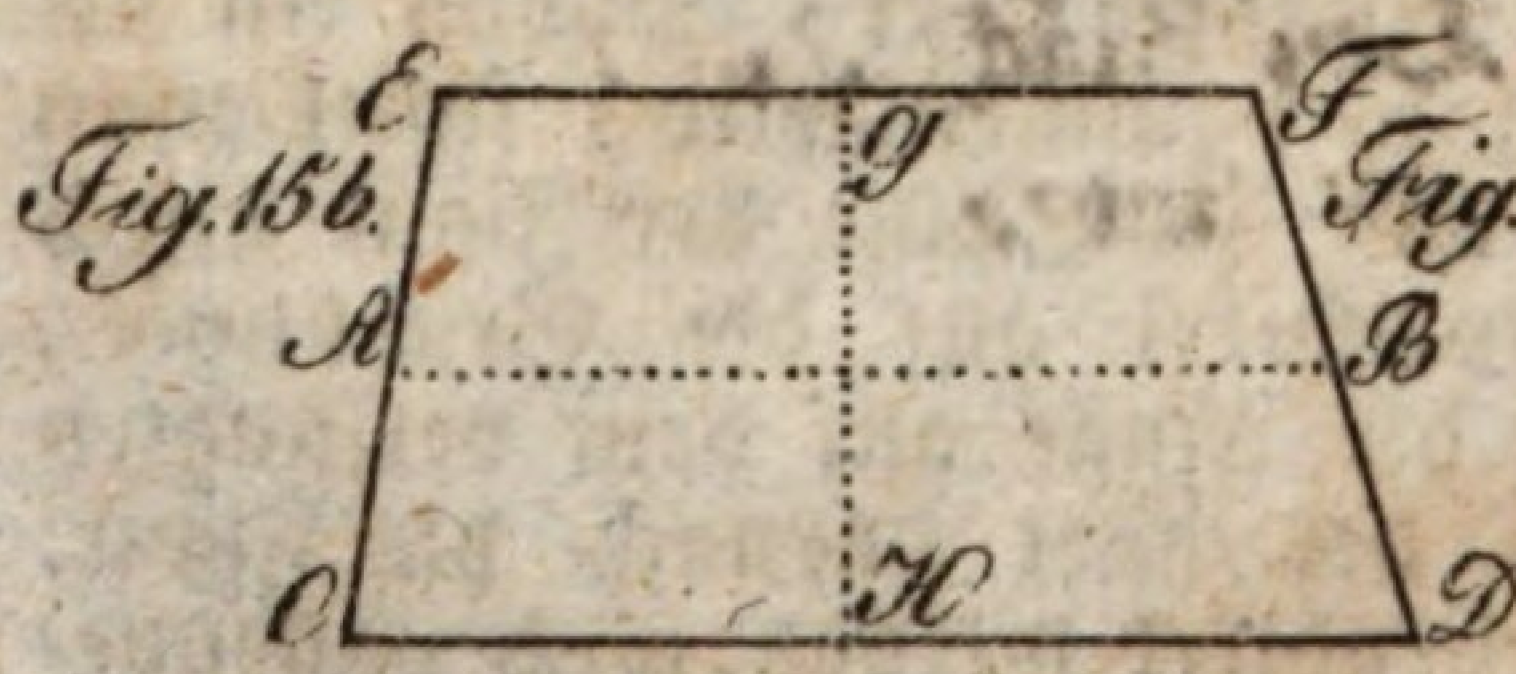
Anmerkung: Bei kleinen Figuren, die nicht aufgezeichnet werden, ist es nothwendig, außer der Grundlinie auch die Höhe besonders zu messen. Bei großen Flächen aber, wovon ein ordentlicher Plan aufgenommen wird, fället man in der Zeichnung aus der Spitze der Figur durch feine Linien Perpendikel auf die Grundlinie, sucht von beiden die Länge auf dem verjüngten Maaßstabe, und berechnet darnach die Figur. Die gefällten Perpendikel werden nach vollendeter Rechnung, weil sie nur Hülfslinien sind, wieder weggelöscht. Hieraus ergiebt sich, daß man, um sich nicht großen Unrichtigkeiten auszusetzen, die verschiedenen Linien in der Zeichnung mit der größten Genauigkeit und Reinheit ausführen müsse.

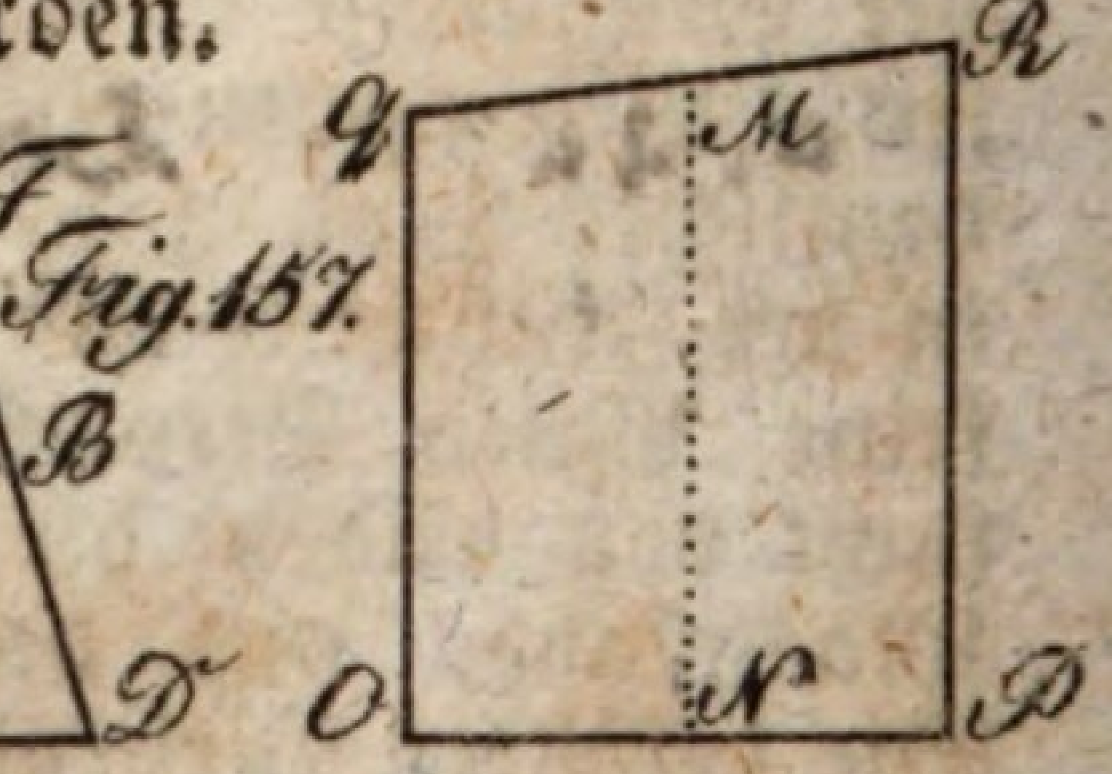
§. 65.

Aufgabe: Den Flächeninhalt eines Paralleltrapetzes zu finden.



1) Man kann dieses (Fig. 155.) in zwei Dreiecke zertheilen, und als solche berechnen. Da aber die Dreiecke wegen den Parallellen gleiche Höhen haben, so können auch die beiden Grundlinien AB und CD addirt, und mit der halben Höhe EF multiplizirt werden. Eben so giebt auch die ganze Höhe EF mit dem halben Theile der beiden Grundlinien den Flächeninhalt eines Paralleltrapetzes. Lassen sich die Linien nicht ohne Rest in zwei gleiche Theile zertheilen, so können auch die Grundlinien AB und CD addirt, mit der ganzen Höhe EF multiplizirt, und das Produkt durch 2 dividirt werden.





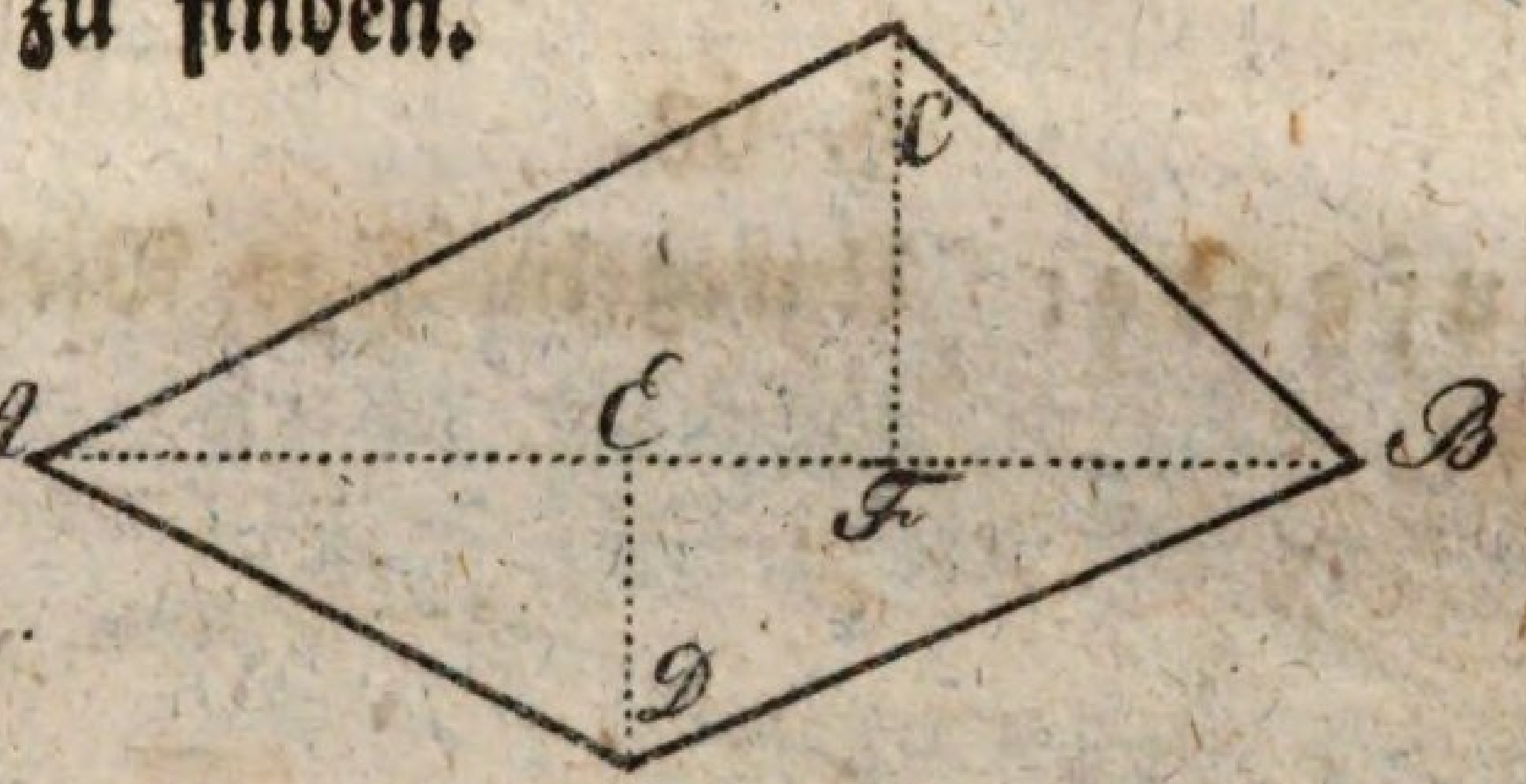
2) Zieht man in einem Paralleltrapetze eine Linie (Fig. 156.) AB in gleicher Entfernung mit CD und EF parallel, so ist AB multiplizirt mit GH der Flächeninhalt des Trapetzes CEFD.

Eben so ist auch (Fig. 157.) MN multiplizirt mit OP der Flächeninhalt des Trapezes OPQR, weil die beiden Trapezen, gleichsam als in ein Rechteck verwandelt, berechnet werden können.

§. 66.

Aufgabe: Den Flächeninhalt eines Trapezoiden zu finden.

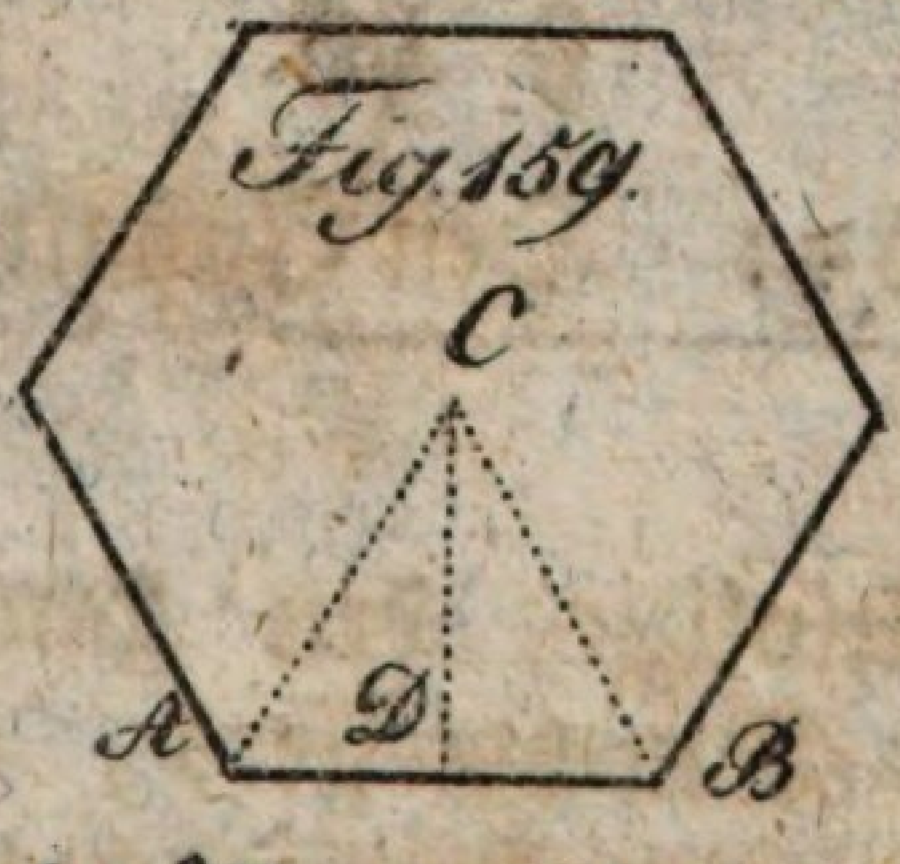
Fig. 158.



Man berechnet entweder die beiden Dreiecke (Fig. 158.) ACB und ADB einzeln, oder addirt die beiden Höhen derselben CF und DE, und multiplizirt sie mit der gemeinschaftlichen halben Diagonallinie AB.

§. 67.

Aufgabe: Den Flächeninhalt eines regelmäßigen Vieleckes zu finden.



Da die regelmäßigen Vielecke in lauter gleiche

Dreiecke zerfällt werden können, so darf nur ein einziges (Fig. 159.) ABC, wovon AB die Grundlinie, und CD die Höhe ist, ausgerechnet, und das Produkt mit der Anzahl der Seiten multiplizirt werden. Man kann das Vieleck auch als in ein Dreieck verwandelt betrachten, und die halbe Höhe CD mit der Summe der Seiten multipliziren.

§. 68.

Aufgabe: Unregelmäßige Vielecke auszurechnen.

Diese können entweder in lauter Dreiecke (Fig. 160.), oder in lauter Trapetzen (Fig. 161.) zertheilt, als solche berechnet, und ihr Inhalt in eine Summe gebracht werden.

§. 69.

Aufgabe: Den Inhalt einer Kreisfläche zu finden.

Man multiplizire den ganzen Umkreis mit der Hälfte des Durchmessers, oder den ganzen Halbmesser mit der Hälfte des Umkreises. Ist eines von diesen beiden Stücken nicht bekannt,

so muß selbes gesucht werden (T. I., §. 114., B. III.). Es hält z. B. der Durchmesser 12 Schuhe, wie groß wird der Flächeninhalt sein? Man suche zuvor den Umkreis, und setze die Rechnung so an:

D.	U.	D.	U.
100′	314′	12′	x?

×12
―――
628
314
―――
3768 Umkreis.
×3 Hälfte des Halbmessers.
―――
113′04″ Quadratinhalt der Kreisfläche.

Anmerkung: 1) Würde man in dem obigen Beispiele den Durchmesser 12 mit 3 multipliziren, so entstünde die Zahl 36; da nun der Halbmesser, welcher 6 Schuhe beträgt, mit sich selbst multiplizirt ebenfalls 36 giebt, so erhält man den Flächeninhalt weit bequemer, wenn man das Quadrat des Halbmessers mit der Zahl 314 multiplizirt, und die zwei leztern Ziffer wegen der Division mit 100 abschneidet, die dann beim zehntheiligen Schuh-Maaße die Quadratzolle oder Quadratlinien geben. Im vorhergehenden Beispiele ist der Halbmesser 6, sein Quadrat 36, welches mit 314 multiplizirt den obigen Flächeninhalt 113 □′, 04 □″ giebt.

2) Läßt sich der Durchmesser nicht bequem in zwei Halbmesser zertheilen, so kann man auch das Quadrat des Durchmessers mit der Zahl 314 multipliziren, das Produkt aber mit 4 dividiren, und die lezten zwei Ziffer abschneiden. Der Durchmesser wäre z. B. 7′, so ist sein Quadrat 49, dieses mit der Zahl 314 multiplizirt, und mit 4 dividirt giebt 38 □′ 46 ½ □″ zum Flächeninhalte.

§. 70.

Aufgabe: Den Flächeninhalt eines Kreisausschnittes zu finden.

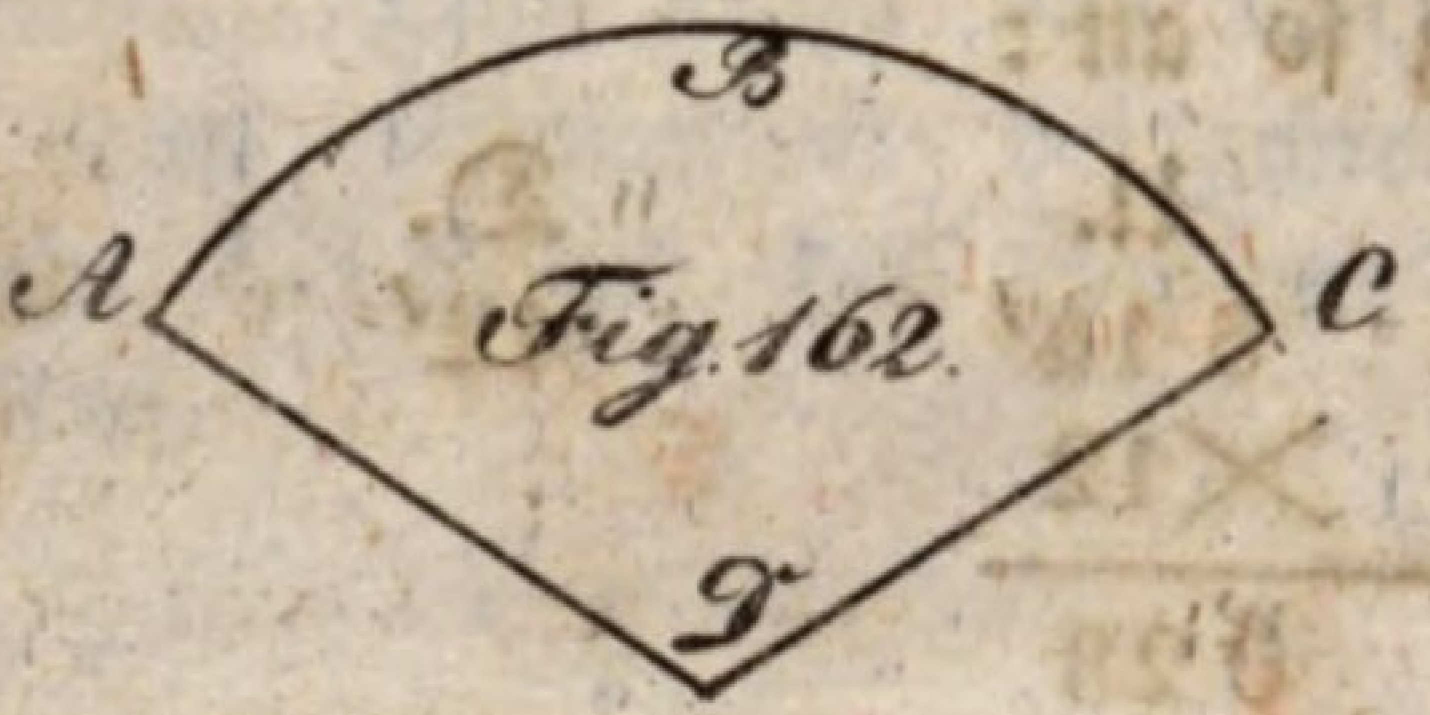


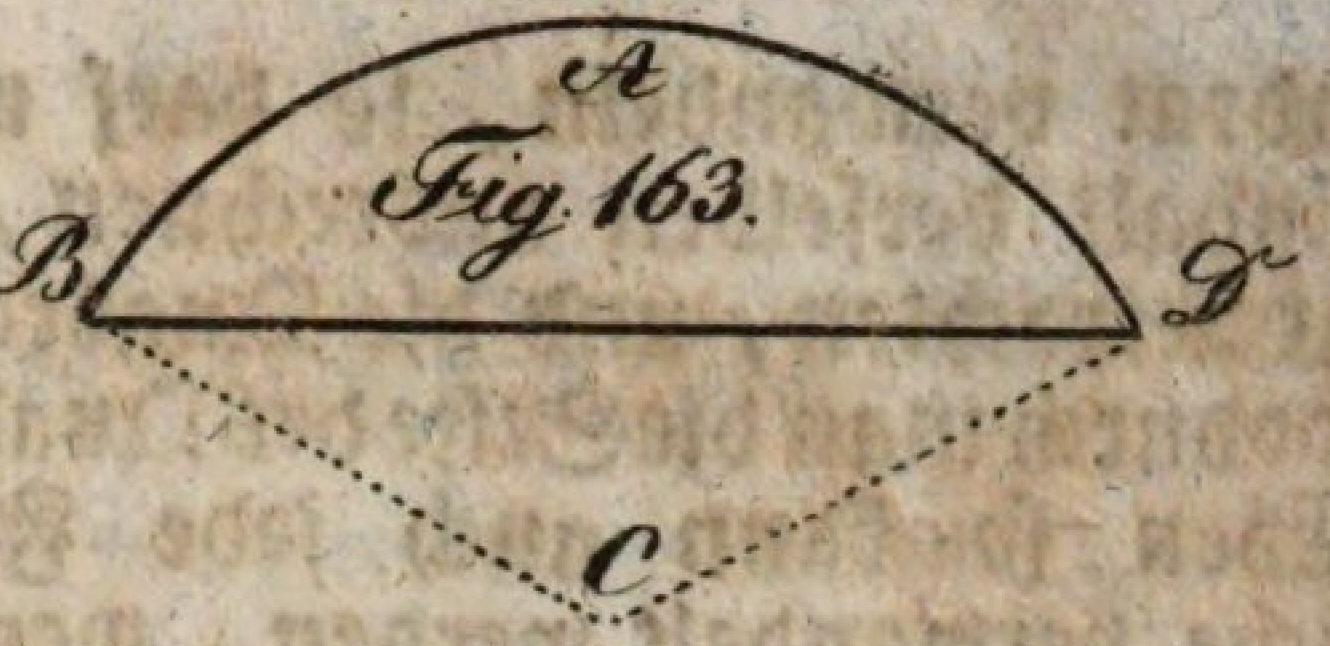
Fig. 162.

Bevor man dieses zu berechnen im Stande ist, muß man wissen, den wie vielten Theil eines Kreises der Abschnitt in sich enthalte, welches man aus dem Bogen desselben erkennen kann. Der Bogen des Abschnittes (Fig. 162.) ABC halte z. B. den sechsten Theil des ganzen Kreises in sich, so berechnet man zuvor die ganze Kreisfläche, und dividirt das Produkt mit 6, wodurch man den Flächeninhalt des Kreisausschnittes bekommt.

Ist der Bogen eines Ausschnittes in Graden gegeben, so wird der Flächeninhalt des Kreises mit der Anzahl der Grade multiplizirt, und das Produkt durch 360 dividirt; z. B. der Bogen ABC halte 40°, der Flächeninhalt des Kreises sei 4260 □', so giebt diese Zahl mit 40 multiplizirt, und das Produkt durch 360 dividirt 473 $^1/_3$ □' als den Flächeninhalt des Ausschnittes ABCD.

§. 71.

Aufgabe: Den Flächeninhalt eines Kreisabschnittes zu finden.



Man berechne zuvor den Kreisausschnitt (Fig. 163.) ABCD, dann das Dreieck CDB, und ziehe das Leztere von dem Ersteren ab, so bleibt der Rest für den Abschnitt BAD.

Anmerkung: 1) Ist in einem Dreiecke oder Parallelograme der Flächeninhalt und die Grundlinie bekannt, so kann die Höhe durch Division gefunden werden, weil der Flächeninhalt aus der Multiplikation dieser beiden, nämlich der Grundlinie mit der Höhe besteht. Eben so erhält man auch die Grundlinie, wenn der Flächeninhalt und die Höhe gegeben sind. Es halte z. B. die Grundlinie eines Parallelograms 60', der Flächeninhalt aber 1200□', so bekommt man durch die Division mit 60 die Zahl 20, welches die Höhe des Parallelograms giebt.

2) Ist die Figur ein Dreieck, so wird mit der halben Grundlinie dividirt, wo dann ebenfalls die Höhe zum Vorschein kommt.

3) Wird der Flächeninhalt eines Kreises, und der Halb- oder Durchmesser gegeben, so kann der Umkreis, — und ist dieser bekannt, der Halb- und Durchmesser gefunden werden, weil das Produkt durch die Division in diejenigen Faktoren zerfällt wird, aus welchen es entstanden ist. Hat man weder den Durchmesser noch den Umkreis, sondern nur den Flächeninhalt, so kann dieser mit 100 multiplizirt und durch 314 dividirt werden, wodurch man das Quadrat des Halbmessers erhält, aus welchem, um den eigentlichen Halbmesser zu finden, die Quadratwurzel ausgezogen werden muß.

4) Will man was immer für eine Figur in

ein Quadrat verwandeln, so darf man nur den Flächeninhalt derselben ausrechnen, ihn als ein Quadrat betrachten, und die Quadratwurzel ausziehen, wodurch man die Seite des Quadrates erhält.

5) Eben so kann auch jede Figur in eine Kreisfläche verwandelt werden, wenn man ihren Inhalt als eine Kreisfläche betrachtet, und nach obiger Art den Halbmesser sucht.

6) Die Umfänge (Perimeter) von Figuren, die einen gleichen Flächeninhalt haben, können sehr von einander verschieden sein. Denn betrachtet man ein Quadrat von 400 □' Flächeninhalt, so hat eine Seite 20', und alle vier Seiten 80'. Vergleicht man damit ein Parallellogram, wo die Grundlinie 40', die Höhe 10' hält, welches ebenfalls 400 □' giebt, so halten die zwei längeren Seiten 80', die zwei kürzeren 20', und folglich der ganze Umfang 100'.

Vergleicht man ein Dreieck, oder eine Raute mit einem Quadrat von gleichem Flächeninhalte, so wird man finden, daß das Quadrat allemal den kleinsten Umfang giebt, und daß die übrigen Figuren immer einen kleineren haben, je mehr sie sich der Gleichheit der Linien und Winkel, und dem Regelmäßigen nähern.

Unter den regelmäßigen Vielecken hat das Unendlicheck oder die Kreisfläche bei gleichem Flächeninhalte den kleinsten Umfang, und die übrigen einen immer kleineren, je mehr sie sich dem Kreise nähern, oder je mehr sie Seiten haben.

Diese Betrachtungen kann man sich bei Gebäuden, wo es bloß auf den Raum ankömmt, wohl zu Nutzen machen, und dadurch ein Beträchtliches an Material und Arbeitslohn ersparen. Nicht ohne Bewunderung bemerkt man, sagt ein gewisser Schriftsteller, bei den Bienen, daß sie für ihre Honigbehältnisse das regelmäßige Sechseck wählen, welches seinem Inhalte nach unter allen Figuren, die bei ihrer Zusammensetzung keinen Zwischenraum lassen, die größte ist.

III. Abschnitt.

Von der Vertheilung der Flächen.

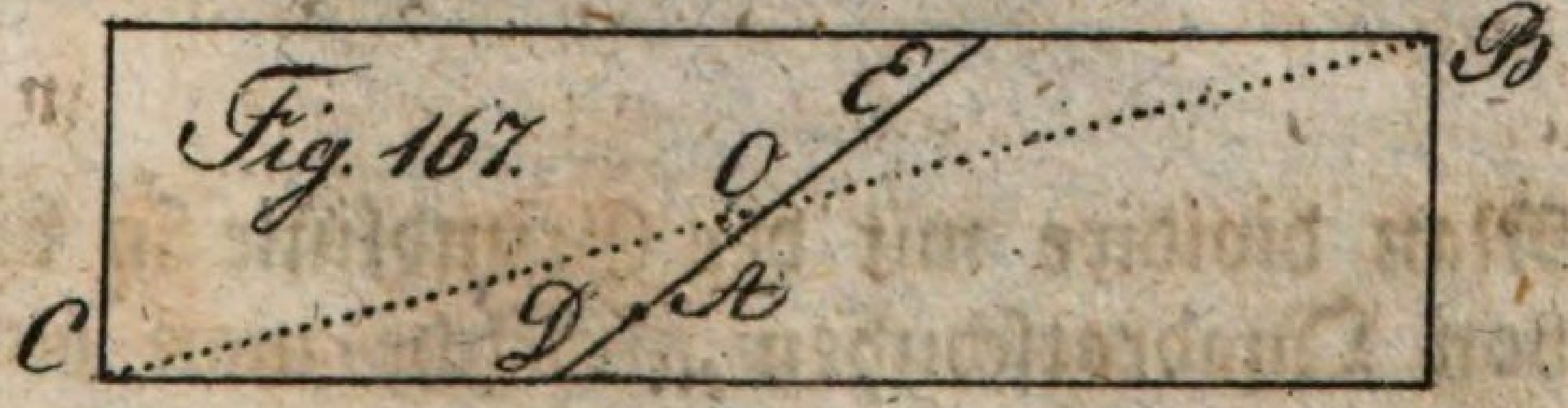
§. 72.

Aufgabe: Quadrate (Fig. 164.), längliche Vierecke (Fig. 165.), und Rauten (Fig. 166.) in gleiche Theile zu zertheilen.

Man theile zwei gegenüberstehende Seiten in gleiche Theile, und verbinde die Theilungspunkte mit geraden Linien, so entstehen durchaus gleiche Flächen.

§. 73.

Aufgabe: Ein Parallellogram so in zwei Theile zu zertheilen, daß die Theilungslinie einen gewissen Punkt A durchschneide.



Man ziehe die Diagonallinie (Fig. 167.) BC, theile sie bei O in zwei gleiche Theile, und ziehe durch den Punkt A und O eine gerade

Linie DE, welche nach §. 25. die Theilungslinie ist.

§. 74.

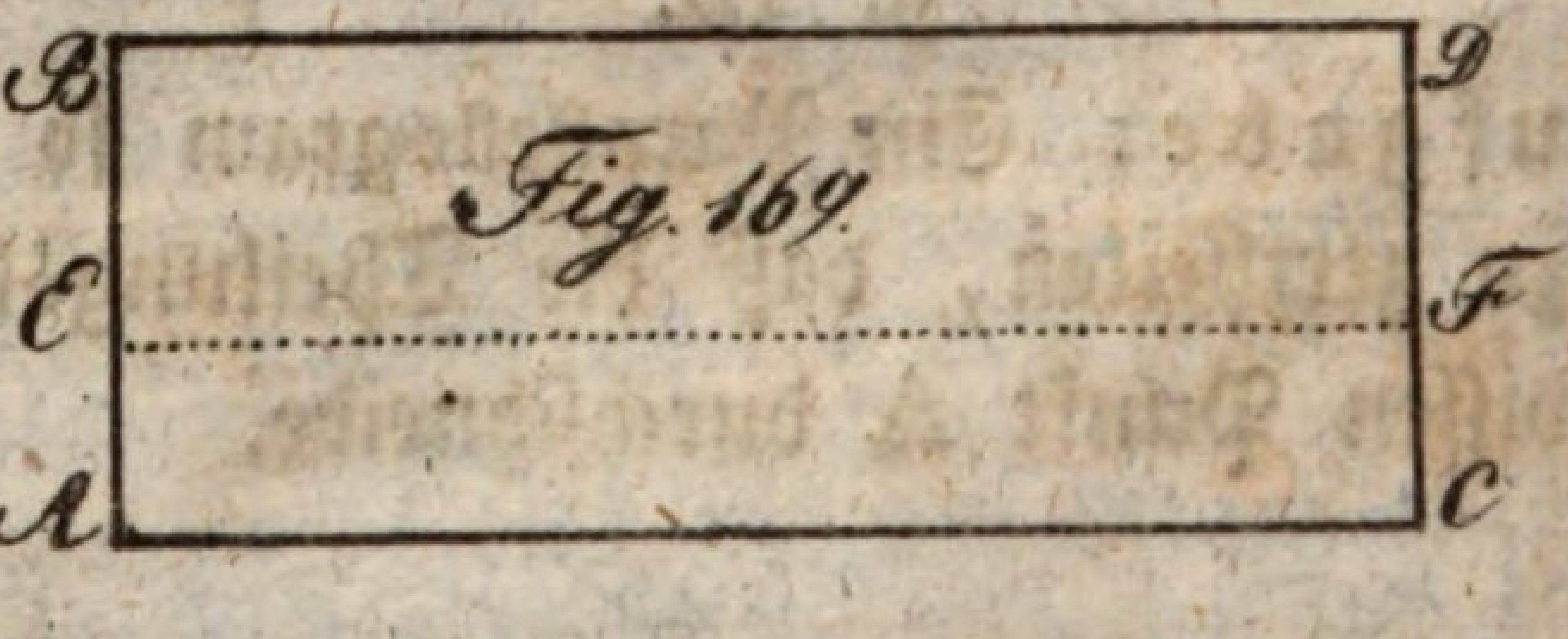
Aufgabe: Ein Paralleltrapez in gleiche Theile zu zertheilen.

Fig. 168.

Man theile jede der parallellen Seiten in die verlangten gleiche Theile (Fig. 168.), und verbinde die Theilungspunkte mit Linien, wodurch man auch hier gleiche Flächeninhalte erhält.

§. 75.

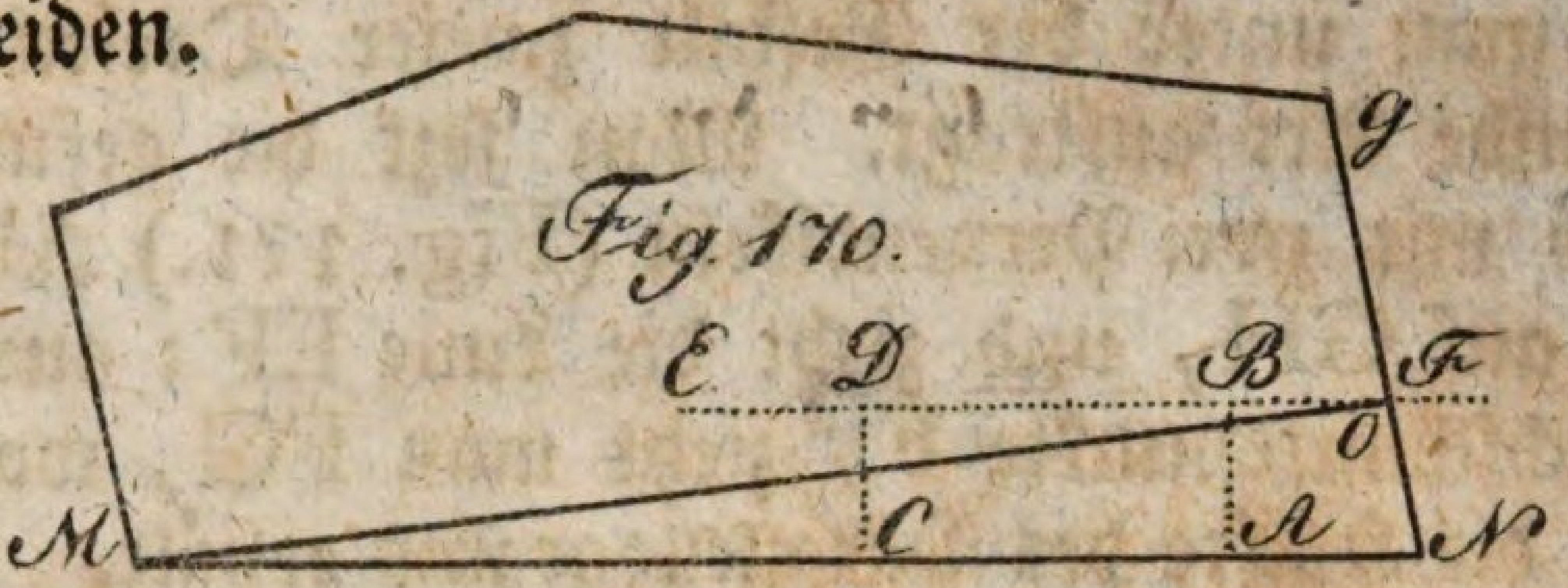
Aufgabe: Von einem Parallellograme eine gewisse Anzahl von Quadratschuhen abzuschneiden.



Man dividire mit der Grundlinie in die Anzahl von Quadratschuhen, welche man abschneiden will, wodurch man nach §. 71., Anmerkung 1. die Höhe des abzuschneidenden Stückes erhält, welches man auf (Fig. 169.) AB und CD tragen, und die Theilungslinie EF ziehen kann.

§. 76.

Aufgabe: Eine gewisse Anzahl von Quadratschuhen unter der Gestalt eines Dreieckes abzuschneiden.

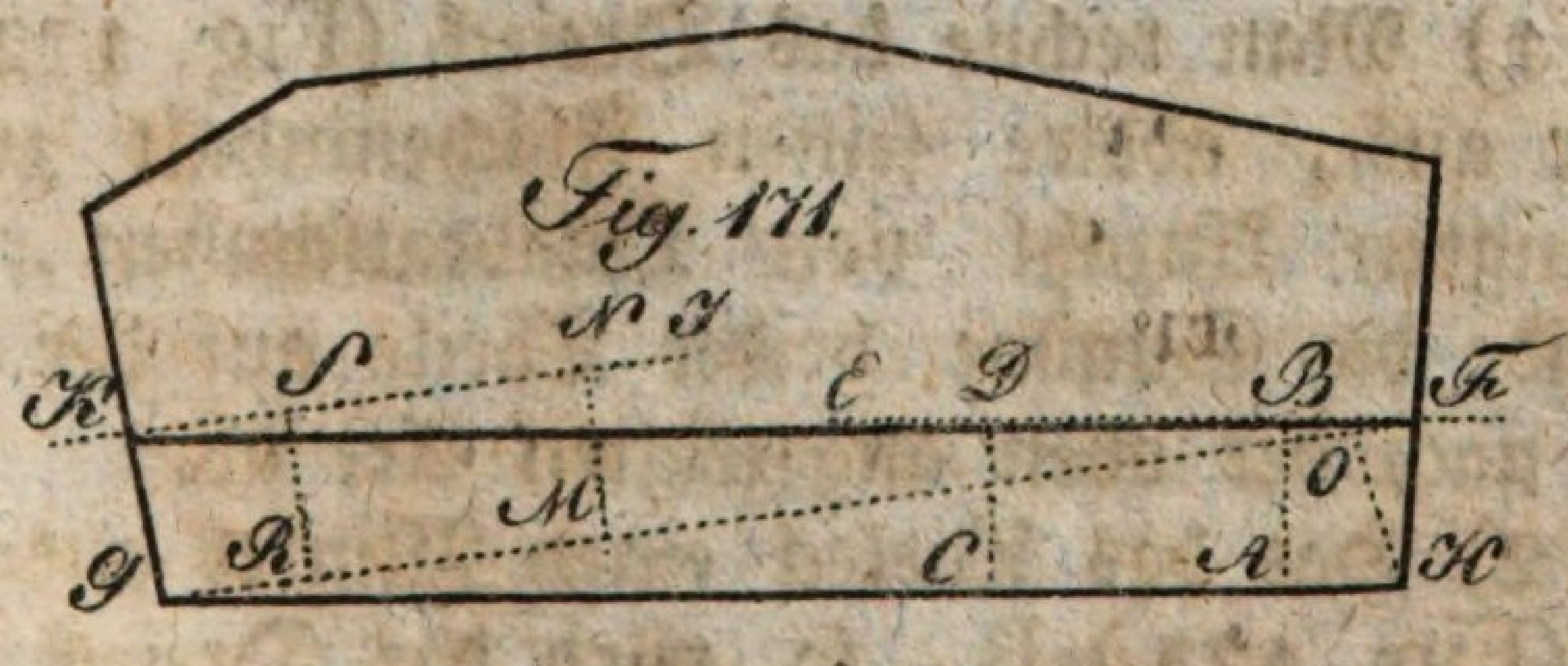


Man dividire mit der halben Grundlinie in die verlangte Anzahl von Quadratschuhen, wodurch man die Höhe des abzuschneidenden Dreieckes erhält. Diese Höhe setze man mit zwei Perpendikeln (Fig. 170.) AB, und CD auf die Grundlinie MN, und ziehe die Parallellinie EF; wo diese die Linie GN durchschneidet, zieht man die Theilungslinie OM, und das Dreieck MNO wird den verlangten Flächeninhalt haben.

Anmerkung: Die Ursache dieses Verfahrens liegt in §. 71., Anmerkung 1., und in §. 26., Zusaz II.

§. 77.

Aufgabe: Von einem unregelmäßigen Vielecke eine gewisse Anzahl von Quadratschuhen so abzuschneiden, daß die Theilungslinie mit der Grundlinie beinahe parallel ist.



Man dividire mit der ganzen Grundlinie in die gegebene Anzahl von Quadratschuhen, so erhält man die Höhe eines Parallellograms, welches man unter der Gestalt zweier Dreiecke auf folgende Art aufträgt. Man sezt die gefundene Höhe mit zwei Perpendikeln (Fig. 171.) AB und CD auf GH, und zieht die Linie EF; aus dem Durchschnittspunkte F, zieht man FG, wodurch man die Hälfte des Parallellograms erhält. Man nimmt dannn die Höhe des Dreieckes FGH, nämlich HO, und trägt sie mit zwei Senkrechten MN und RS auf GF, zieht IK und aus dem Durchschnittspunkte K, die Linie KF, welche die Theilungslinie, und beinahe mit GH parallel ist.

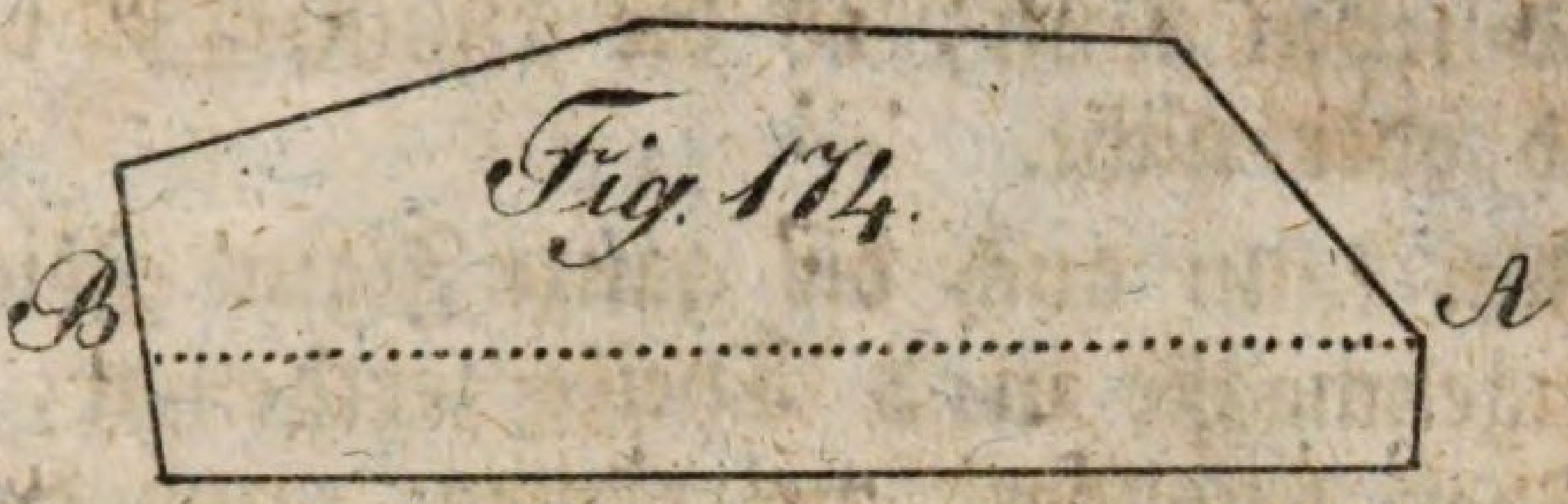
§. 78.

Aufgabe: Einen Theil von einem Vielecke abzuschneiden, das einen Winkel einwärts oder auswärts hat.

1) Man rechne das Dreieck (Fig. 172.) A zuvor aus, addire seinen Flächeninhalt zu der verlangten Anzahl von Quadratschuhen, und schneide die Summe beider Theile auf der Linie CD nach der oben angezeigten Art ab.

2) Hat das Vieleck einen Winkel auswärts wie (Fig. 173.) B, so wird das Dreieck EFB

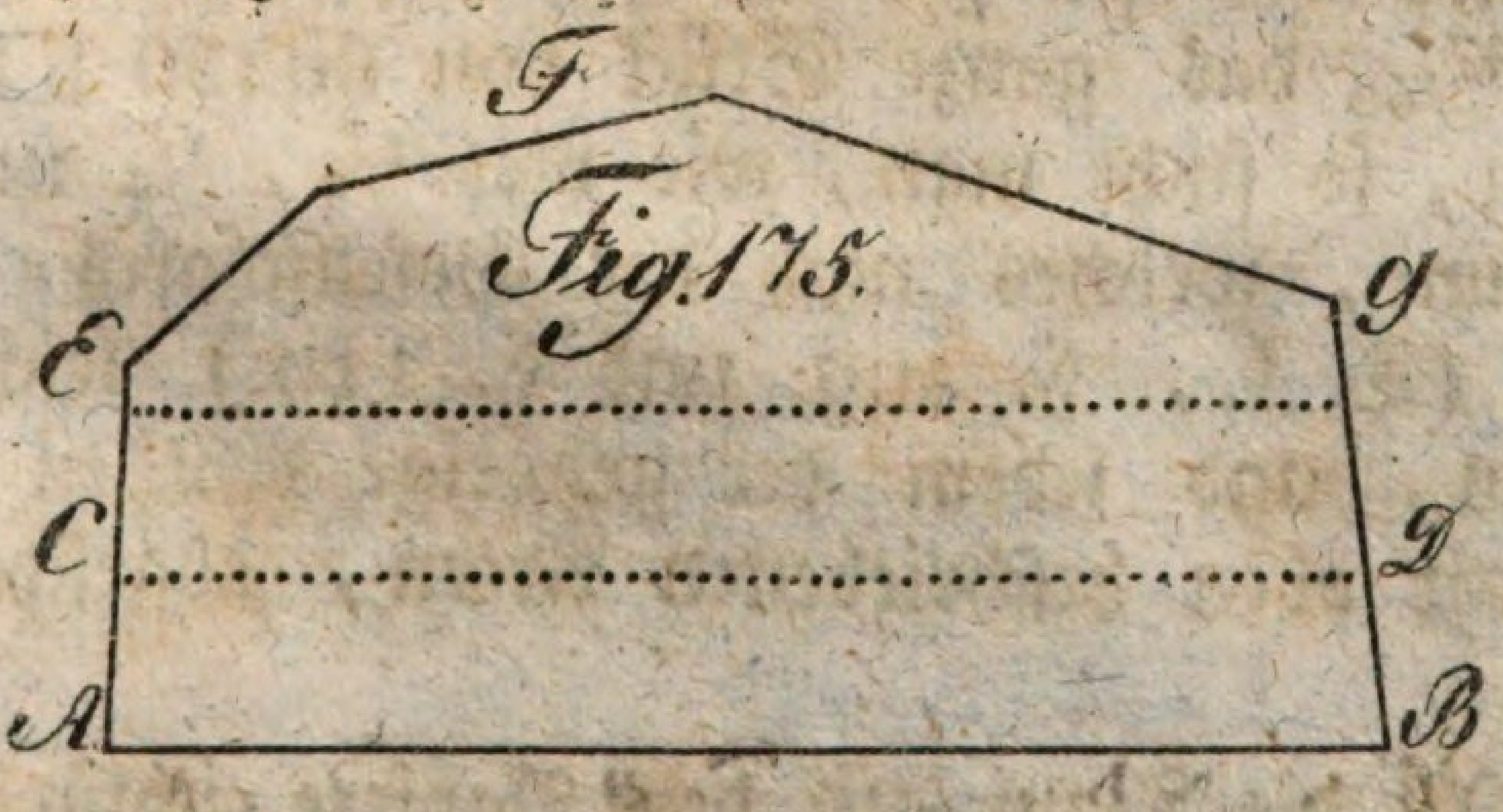
ebenfalls ausgerechnet, und von der abzuschneidenden Anzahl von Quadratschuhen abgezogen, der Rest aber auf der Linie EF aufgetragen.



3) Merkt man, daß die Theilungslinie über einen Winkel (Fig. 174.) A hinaufsteigen werde, so zieht man aus diesem eine Linie AB mit der Grundlinie parallel, berechnet das abgeschnittene Stück besonders, nimmt die Linie AB zur Grundlinie, und trägt den Rest von dieser aufwärts.

§. 79.

Aufgabe: Eine jede Figur in gleiche oder ungleiche Theile zu zertheilen.



Es soll das Vieleck (Fig. 175.) AEFGB, welches 84000 □′ in sich enthält, in drei gleiche Theile getheilt werden, so erhält ein Theil 28000 □′. Man schneide also auf der Grundlinie AB einen Theil ab, welcher bis CD gehen

soll, nehme CD zur Grundlinie, und schneide den zweiten Theil ab, wodurch der dritte übrig bleiben wird, welchen man zur Probe ausrechnen und sehen kann, ob die 28000 □' vorhanden sind oder nicht.

Man kann auch die ganze Figur gleich nach dem Augenmaaße in 3 Theile zertheilen, einen jeden Theil besonders ausrechnen, und das fehlende durch ein Dreieck hinzu thun, oder das Ueberflüßige durch ein solches hinweg schneiden.

Soll ein Grundstück in ungleiche Theile getheilt werden, so fragt es sich, den wievielten Theil des Ganzen ein jeder bekommen soll; es sollen z. B. 86450 □' in 3 Theile getheilt werden, wovon der erste $\frac{1}{3}$, der zweite $\frac{1}{4}$, und der dritte $\frac{1}{5}$ bekommen soll. Hier müssen die Brüche zuvor unter einerlei Benennung gebracht (T. I., §. 87.), und zusammen addirt (T. I., §. 89.) werden, wo sie sich in $\frac{47}{60}$ verwandeln. Da nun $\frac{47}{60}$ das ganze Stück von 86450 □' erhalten, so sucht man, wie viel $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ bekömmt, welches nach der Gesellschafts-Rechnung (T. I., §. 109. und §. 110.) leicht gefunden, und jedem der gehörige Antheil, auf eine der oben beschriebenen Arten, abgeschnitten wird.

Ist die Figur auf dem Papiere richtig abgetheilt, und man will die Grenzlinien der Theile auf dem Felde ausstecken, so suche man die Länge (Fig. 175.) AC, und BD auf dem verjüngten Maaßstabe, lasse auf dem Felde von A nach C, und von B nach D eben so viele Schuhe abmessen, als man auf dem Maaßstabe gefunden hat,

und schlage auf den Punkten C und D Markpfähle. Ist die Linie CD sehr lange, so können auch von C nach D in gerader Richtung ein Paar Pfähle geschlagen, oder einsweilen kleine Gruben geöffnet werden. Auf die nämliche Art verfährt man auch mit den übrigen Theilungslinien.

Anmerkung: Außer diesen Aufgaben von Vertheilungen giebt es noch verschiedene Arten derselben, die man hier aufzuführen für unnöthig findet, weil man die vorkommenden Fälle durch die bereits angezeigten, mit hinlänglicher Genauigkeit aufzulösen im Stande ist.

IV. Abschnitt.

Vom Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzeln.

§. 80.

Erklärungen.

1) Wenn man eine Zahl mit sich selbst multiplizirt, somit 2 mal als Faktor sezt, so heißt man das erhaltene Produkt ein Quadrat oder eine Quadratzahl; daher ist z. B. 4 das Quadrat oder die Quadratzahl von 2, und 9 ist die Quadratzahl von 3, indem 2 mal 2 gleich 4, und 3 mal 3 gleich 9 ist, oder $2 \times 2 = 4$, und $3 \times 3 = 9$.

2) Wenn man eine Zahl mit sich selbst multiplizirt, und das Produkt wieder mit der vorigen Zahl, so nennt man das dadurch erhaltene Produkt einen Kubus oder eine Kubikzahl;

daher ist 8 der Kubus von 2, und 27 der Kubus von 3; denn 2 mal 2 ist 4, und 2 mal 4 ist 8, dann 3 mal 3 ist 9, und 3 mal 9 ist 27, oder $2 \times 2 \times 2 = 4 \times 2 = 8$, und $3 \times 3 \times 3 = 9 \times 3 = 27$.

3) Quadratwurzel ist diejenige Zahl, die, mit sich selbst multiplizirt, die vorige Zahl wieder giebt; daher ist 2 die Quadratwurzel von 4, und 3 ist die Quadratwurzel von 9, weil 2 mal 2 gleich 4, und 3 mal 3 gleich 9 ist.

Für die Quadratwurzel hat man dieses Zeichen $\sqrt{\ }$; wenn demnach dasselbe vor einer Zahl steht, so bedeutet es, daß man daraus die Quadratwurzel ausziehen soll, und man schreibt z. B. $\sqrt{4} = 2$, und $\sqrt{9} = 3$, das heißt, die Quadratwurzel von 4 ist 2, und von 9 ist dieselbe 3.

4) Kubikwurzel heißt die Zahl, welche dreimal als Faktor gesezt, den Kubus wieder giebt; daher ist z. B. 2 die Kubikwurzel von 8, und 3 die Kubikwurzel von 27; denn 2 mal 2 ist 4, und 2 mal 4 ist 8, dann 3 mal 3 ist 9, und 3 mal 9 ist 27.

Für die Kubikwurzel hat man dieses Zeichen $\sqrt[3]{\ }$; deßwegen bedeutet z. B. $\sqrt[3]{8}$ oder $\sqrt[3]{27}$, man soll aus 8 oder aus 27 die Kubikwurzel ausziehen.

§. 81.

Tafeln zum Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzeln.

Um zum Ausziehen der Quadratwurzeln die benöthigte Tafel zu erhalten, multiplizire man

die ersten 9 Zahlen, mithin die Zahlen von 1 bis 9 mit sich selbst; die herauskommenden Produkte geben die verlangten Quadrate, und zu diesen lezteren sind jene ersten 9 Zahlen wieder die Quadratwurzeln.

Damit man zum Ausziehen der Kubikwurzeln die gehörige Tafel erhält, multiplizire man der Ordnung nach die Quadratzahlen mit den ersten 9 Zahlen, die neuen Produkte geben die Kubikzahlen, zu welchen jene Zahlen von 1 bis 9 wieder die Kubikwurzeln sind, wie man aus nachstehenden zwei Tafeln ersieht, wo z. B. „$\sqrt{4}$ ist 2, oder $\sqrt[3]{8}$ ist 2", zu lesen ist, die Quadratwurzel von 4 ist 2, oder die Kubikwurzel von 27 ist 3:

a) Tafel der Quadratzahlen und ihrer Wurzeln.

1 mal 1 ist 1, und $\sqrt{1}$ ist 1;
2 mal 2 ist 4, und $\sqrt{4}$ ist 2;
3 mal 3 ist 9, und $\sqrt{9}$ ist 3;
4 mal 4 ist 16, und $\sqrt{16}$ ist 4;
5 mal 5 ist 25, und $\sqrt{25}$ ist 5;
6 mal 6 ist 36, und $\sqrt{36}$ ist 6;
7 mal 7 ist 49, und $\sqrt{49}$ ist 7;
8 mal 8 ist 64, und $\sqrt{64}$ ist 8;
9 mal 9 ist 81, und $\sqrt{81}$ ist 9;

b) Tafel der Kubikzahlen und ihrer Wurzeln.

1 mal 1 ist 1, und $\sqrt[3]{1}$ ist 1;

2 mal 4 ist 8, und $\sqrt[3]{8}$ ist 2;

3 mal 9 ist 27, und $\sqrt[3]{27}$ ist 3;

4 mal 16 ist 64, und $\sqrt[3]{64}$ ist 4;

5 mal 25 ist 125, und $\sqrt[3]{125}$ ist 5;

6 mal 36 ist 216, und $\sqrt[3]{216}$ ist 6;

7 mal 49 ist 343, und $\sqrt[3]{343}$ ist 7;

8 mal 64 ist 512, und $\sqrt[3]{512}$ ist 8;

9 mal 81 ist 729, und $\sqrt[3]{729}$ ist 9;

§. 82.

Die Regeln für das Ausziehen der Quadratwurzeln, mit beigesezten Beispielen.

1) Man theile die gegebene Quadratzahl von der rechten zur linken Seite in Klassen, und gebe jeder Klasse zwei Ziffern, mit Ausnahme der lezten Klasse links, die auch ein Ziffer haben darf, im Falle die Zifferanzahl ungerade ist; die Wurzel erhält dann allemal so viel Ziffern oder Stellen, als solche Klassen vorhanden sind.

2) Nach der ersten Tabelle des vorigen §. ziehe man aus der ersten Klasse links die Qua=

dratwurzel aus; ist jene keine genaue Quadratzahl, so nehme man das nächst kleinere Quadrat, und schreibe die gefundene Wurzel rechts neben die Quadratzahl hin.

3) Diese Wurzel erhebe man zum Quadrate, ziehe dieses von der ersten Klasse ab, und setze zum Reste die nächste Klasse.

4) Die gefundene Wurzel nehme man doppelt, schreibe sie als Divisor unter den Rest und die beigesezte Klasse so, daß noch ein Ziffer frei bleibt, und dividire damit.

5) Den Quotienten schreibe man rechts als den zweiten Wurzeltheil und neben den Divisor hin, und multiplizire mit jenem den Divisor sammt den beigesezten Wurzeltheil.

6) Man ziehe das Produkt ab, setze zum Reste die nächste Klasse, betrachte die schon gefundenen Wurzeltheile als einen, und setze das eben angezeigte Verfahren so lange fort, bis man nach und nach alle Klassen herabgesezt, und die ganze Wurzel gefunden hat.

7) Kann man einmal nicht dividiren, so schreibe man eine Null in die Wurzel, setze die nächste Klasse herab, und verfahre dann wieder auf die vorige Weise:

I. Beispiel:

Ein großer Saal ist mit 54756 Quadersteinen in der Gestalt eines regulären Viereckes bedeckt; wie viele solche Steine sind der Länge und Breite nach in einer Linie gelegt?

Man ziehe aus 54756 die Quadratwurzel auf folgende Weise aus:

1) Man theile die Zahl 54756 in Klassen, man erhält drei Klassen, und deßhalb bekommt auch die Wurzel 3 Ziffern:

$$\sqrt{5 | 47 | 56} \}$$

2) Man ziehe die Wurzel aus der ersten Klasse aus, schreibe sie rechts, erhebe sie zum Quadrate, und ziehe dieses von der ersten Klasse ab:

$$\sqrt{5 | 47 | 56} \} 2$$

$$\begin{array}{l} 4 \\ \hline 1 \end{array}$$

3) Zum Reste 1 setze man die nächste Klasse 47, nehme den Quotienten 2 doppelt, und setze 4 unter 4 als Divisor, man dividire, setze den neuen Quotienten rechts neben den vorigen, und neben den Divisor 4, dann multiplizire man 43 mit 3, und subtrahire 129 von 147:

$$\sqrt{5 | 47 | 56} \} 23$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 147 \\ :43 \\ 129 \\ \hline -18 \end{array}$$

4) Zum Reste 18 setze man die nächste Klasse 56, nehme die zwei Wurzeltheile 23 doppelt, schreibe ihr Duplum 46 so unter 1856, daß von 46 das Ziffer 6 unter 5 kommt; dann dividire man, schreibe den neuen Quotienten 4 rechts neben die Wurzeltheile 23 und neben den Divisor 46; endlich multiplizire man 864 mit

4, und ziehe das Produkt 1856 von 1856 ab, wie hier folgt:

```
√ 5 | 47 | 56 { 234
  4
 ----
  147
  :43
  129
 ----
  -1856
  :464
  1856
 ------
  ----
```

Es ist demnach $\sqrt{54756} = 234$; das heißt, der Länge und Breite nach liegen in einer Reihe allemal 234 Quadersteine.

II. Beispiel:

Ein Hauptmann will eine Schanze einnehmen lassen; der Wassergraben um dieselbe ist 24 Fuß breit, und das Werk 32 Schuhe hoch. Wie lange müssen die Sturmleitern sein, wenn sie diesseits des Grabens angesezt werden, und über den Graben die Höhe des Werkes erreichen sollen?

Nach den Lehrsätzen der Geometrie muß man die Zahlen, welche die Höhe der Mauern, und die Breite des Grabens ausdrücken, mit sich selbst multipliziren, oder zum Quadrate erheben, dann beide Quadrate addiren, und aus denselben die Quadratwurzel ausziehen; daher muß man auf folgende Weise verfahren:

1) man erhebe 24 und 32 zum Quadrate, und addire diese:

24	dann	32
×24		×32
96		64
48		96
576		1024

ferner:

$$\begin{array}{r} 576 \\ +1024 \\ \hline \text{Summe} = 1600 \end{array}$$

2) Aus 1600 ziehe man die Quadratwurzel aus:

$$\sqrt{16|00} = 40.$$
$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline -- \end{array}$$

Die Sturmleitern müssen demnach 40 Fuß lang sein.

Anmerkung: Obiges Beispiel hätte man auch auf folgende Art geben können:
Die Grundlinie eines rechtwinklichten Dreieckes hält 32, und die Höhe 24 Schuhe, wie lange wird die Hypothenuse sein?

III. Beispiel:

Man soll aus der Zahl 40932 die Quadratwurzel ausziehen:

$\sqrt{4|09|32}\{202$

```
√4 | 09 | 32 { 202
 4
────
   -0932
    :402
     804
   ─────
     128
```

Wenn nach geschehener lezten Abziehung ein Rest übrig bleibt, so läßt sich die Wurzel nicht vollkommen ausziehen. Man kann aber dem Reste zwei Nullen beisetzen, und den Werth desselben in Dezimalen suchen, welches so oft wiederholt wird, als man es nöthig findet. Die erhaltenen Dezimalen werden von den übrigen Zahlen durch einen kleinen Strich (,) abgesondert. Das obige Beispiel wird hier fortgesezt:

```
√4 | 09 | 32 { 202,316
 4
────
   -0932
    :402
     804
   ───────
     128 00
    :40 43
     121 29
   ──────────
    --6 710 0
     :4 046 1
   ────────────
     2'663.900
      :404 626
     2'427.756
   ────────────
     - 236 144
```

Die erste Dezimalzahl bedeutet die Zehntheile, die zweite die Hunderttheile, und die dritte die Tausendtheile eines Ganzen. Ist in der gegebenen Quadratzahl von Quadratschuhen die Rede, so bedeutet die erste Dezimalzahl zehntheilige Zolle, die zweite zehntheilige Linien, und die dritte zehntheilige Punkte. Eine größere Genauigkeit wird selten nöthig sein.

Anmerkung: Die Probe, ob die Wurzel richtig ausgezogen ist, wird gemacht, wenn man die Wurzel quatrirt, das ist, wenn man selbe mit sich selbst multiplizirt, und im Falle ein Rest übrig geblieben, diesen zu dem erhaltenen Produkte zählt, wo die gegebene Quadratzahl, wenn die Wurzel richtig ausgezogen ist, wieder hervorkommt.

§. 83.

Regeln für das Ausziehen der Kubikwurzeln, mit beigesezten Beispielen.

1) Man theile die gegebene Kubikzahl von der rechten zur linken Seite in Klassen, und gebe jeder Klasse drei Ziffern, mit Ausnahme der lezten linksstehenden Klasse, die auch ein oder zwei Ziffern haben darf, und mache rechts ein Trennungszeichen; die Wurzel erhält wieder so viele Ziffern, als Klassen vorhanden sind.

2) Nach der zweiten Tabelle des §. 81. ziehe man die Kubikwurzel aus der ersten Klasse, und wenn sie in der Tabelle nicht genau vorkommt, so nehme man die nächst kleinere Kubikzahl, dann schreibe man dieselbe rechts, erhebe sie zum Kubus, und ziehe ihren Kubus von der ersten Klasse ab.

3) Zum Reste setze man die nächste Klasse, man nehme das dreifache Quadrat des ersten Wurzeltheiles, schreibe es so, daß oben noch zwei Ziffern frei bleiben, dann dividire man, und schreibe den Quotienten zum ersten Wurzeltheile rechts hin.

4) Jezt setze man drei Produkte, nämlich:

a) das dreifache Quadrat des ersten Wurzeltheiles multiplizire man mit dem zweiten Wurzeltheile, dann

b) das dreifache Quadrat des zweiten Wurzeltheiles multiplizire man mit dem ersten Wurzeltheile, und

c) den Kubus des zweiten Wurzeltheiles.

Diese drei Produkte schreibe man so an, daß vom ersten Produkte das lezte Ziffer unter das erste Ziffer, dann das lezte Ziffer des zweiten Produktes unter das zweite Ziffer, und das lezte Ziffer des dritten Produktes unter das dritte Ziffer der herabgesezten Klasse zu stehen kommt.

5) Man zähle diese drei Produkte zusammen, wie sie da stehen, und ziehe ihre Summe vom vorigen Reste, und der beigefügten Klasse ab.

6) Zum Reste setze man die nächste Klasse, betrachte die beiden schon gefundenen Wurzeltheile als einen Theil, nehme davon das dreifache Quadrat, schreibe dessen leztes Ziffer unter das erste Ziffer der herabgesezten Klasse, dann dividire man, und verfahre ganz, wie vorhin.

7) Das nämliche Verfahren wiederhole man so lange, bis man alle Theile der Wurzel gefunden hat.

8) Ist einmal der Divisor zu groß, und

man kann nicht dividiren, so schreibe man eine Null in die Wurzel, setze die nächste Klasse herab, und verfahre dann wieder auf die vorige Weise.

I. Beispiel:

Ein Pfeiler hat die Gestalt eines Würfels, und hält im Kubikinhalte 474552 Kubikzoll; welche Dicke, Höhe und Breite hat derselbe?

Weil beim Würfel oder Kubus die Dicke, Höhe und Breite gleich groß ist, so ziehe man aus der Zahl 474552 die Kubikwurzel auf folgende Weise:

1) Man theile die Zahl 474552 in Klassen, und mache rechts ein Trennungszeichen:

$$\sqrt[3]{474 \mid 552} \;\{$$

2) Man ziehe nach der Tabelle b. des §. 81. aus 474 die Kubikwurzel aus, schreibe diese rechts, erhebe sie zum Kubus, und ziehe diesen von der ersten Klasse ab:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt[3]{474} & 552 \;\{\; 7 \\ 343 & \\ \hline 131 & \end{array}$$

3) Zum Reste 131 setze man die nächste Klasse 552, man nehme von 7 das dreifache Quadrat, setze es so als Divisor, daß 7 unter den ersten 5er kommt, dividire, und setze den Quotienten rechts als den zweiten Wurzeltheil:

$\sqrt[3]{474 \mid 552}$ { 78

343 Kubus des ersten Theiles

131552

: 147 Das 3fache Quadr. des 1ten Thls.

4) Man ziehe unten einen Strich, und setze die aus den Regeln bekannten drei Produkte auf die angezeigte Weise an:

$\sqrt[3]{474 \mid 552}$ { 78

343

131552

: 147

1176 Das dreifache Quadrat des ersten Theiles in den 2ten,

1344 Das dreifache Quadrat des 2ten Theiles in den 1ten,

512 Der Kubus des 2ten Theiles.

5) Man zähle diese Produkte, wie sie dastehen, zusammen, und ziehe ihre Summe 131552 ab:

$\sqrt[3]{474 \mid 552}$ { 78

343

131552

: 147

1176

1344

512

131552 Summe der drei Produkte.

Es ist also $\sqrt[3]{474552} = 78$, das heißt, die Mauer hat in der Dicke, Breite und Höhe 78 Zoll.

II. Beispiel:

Wie lang, wie breit, und wie hoch muß ein würfelförmiges Gefäß sein, damit es 1728 Kubikfuß Wasser hält?

Man ziehe aus 1728 die Kubikwurzel:

$$\sqrt[3]{1 \mid 728} = 12 \text{ Schuh.}$$

```
 1
----
 -728
 :3
----
  6
 12
   8
----
 728
----
 ---
```

Das Gefäß muß demnach 12 Schuh lang, 12 Schuh breit und 12 Schuh hoch sein.

III. Beispiel:

Man ziehe aus 748'613.312 die Kubikwurzel.

```
∛748 | 613 | 312 = 908
   729
 -19 613
 :24 3
   19'613.312
    2 430 0
   19 440 0
      172 80
         512
   19'613.312
   -- --- ---
```

Die Kubikwurzel von 748'613.312 ist demnach 908.

Hier konnte man 196 mit 243 nicht dividiren; deßwegen hat man eine Null als den zweiten Wurzeltheil geschrieben, dann zu 19613 die nächste Klasse 312 gesezt, und mit dem dreifachen Quadrate von 90, folglich mit 24300 dividirt. Ferner ist 194400 das dreifache Quadrat des ersten und zweiten Theiles in den dritten, dann 17280 ist das dreifache Quadrat des dritten Theiles in den ersten und zweiten, und 512 ist der Kubus des dritten Theiles 8.

Anmerkung: 1) Bleibt nach vollendeter Rechnung ein Rest, so kann der Werth desselben durch Beisetzung von drei Nullen in Dezimalen so genau gefunden werden, als man es für nöthig hält.

2) Die Probe, ob die Wurzel richtig ausgezogen ist, wird gemacht, wenn man die Wurzel kubirt, das ist, wenn man selbe dreimal als Faktor sezt, und im Falle ein Rest übrig ge-

blieben, diesen zu dem erhaltenen Produkte zählt, wo die gegebene Kubikzahl, wenn die Wurzel richtig ausgezogen ist, wieder hervorkommt.

3) Die angenommene Quadrat- oder Kubik-Wurzel ist zu groß, wenn man Produkte erhält, die größer sind, als die gegebenen Quadrat- oder Kubik-Zahlen.

4) Damit die Quadratwurzel nicht zu klein ist, muß der Rest allemal kleiner sein, als die Summe aus der doppelten Wurzel, und aus der Zahl 1; und daß die Kubikwurzel nicht zu klein ist, muß der Rest allemal kleiner sein, als die Summe aus dem dreifachen Quadrate der Wurzel, dann aus der dreifachen Wurzel und aus der Zahl 1.

5) Soll die Quadrat- oder Kubik-Wurzel aus einem Bruche ausgezogen werden, so muß dieses aus dem Zähler und Nenner, bei jedem besonders geschehen.

V. Abschnitt.

Von der Aufzeichnung geometrischer Pläne.

§. 84.

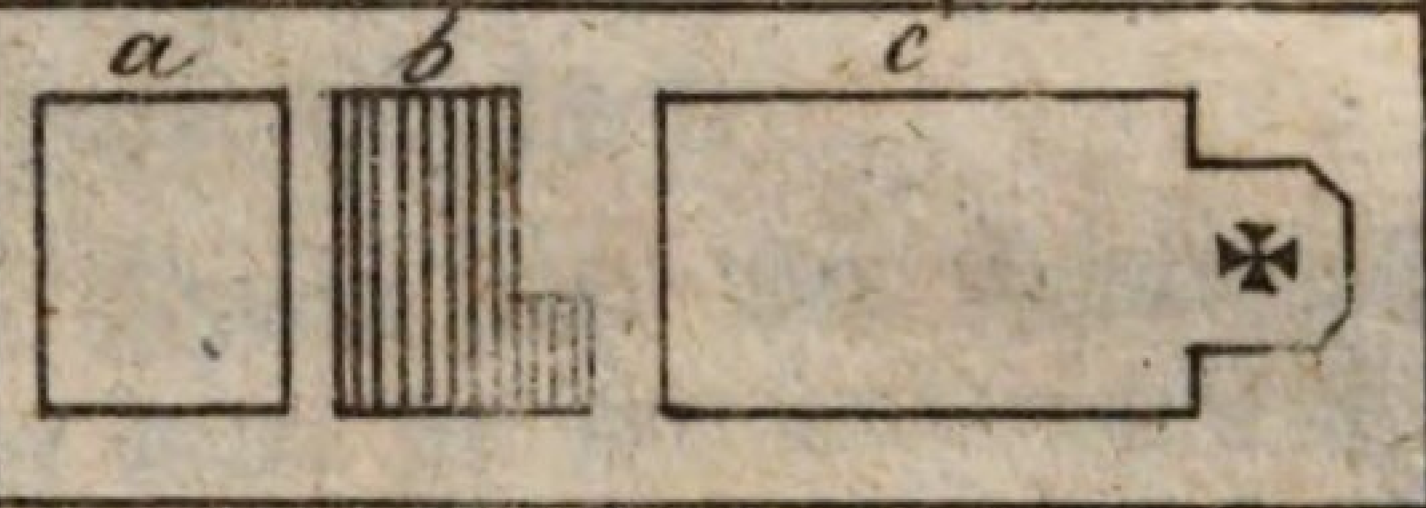
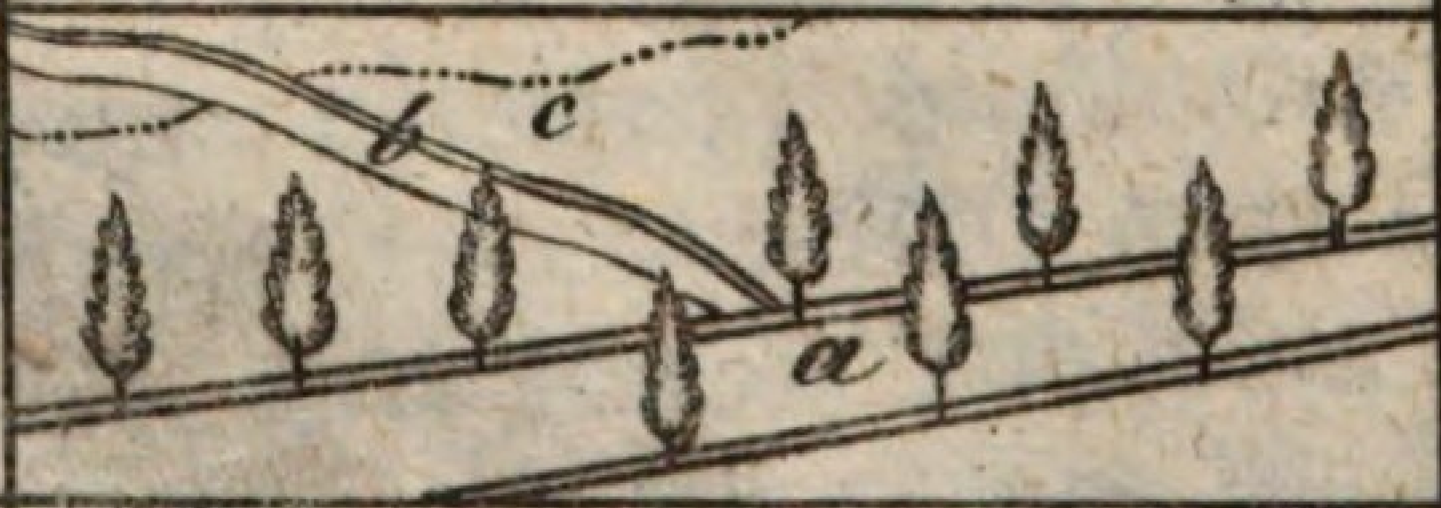
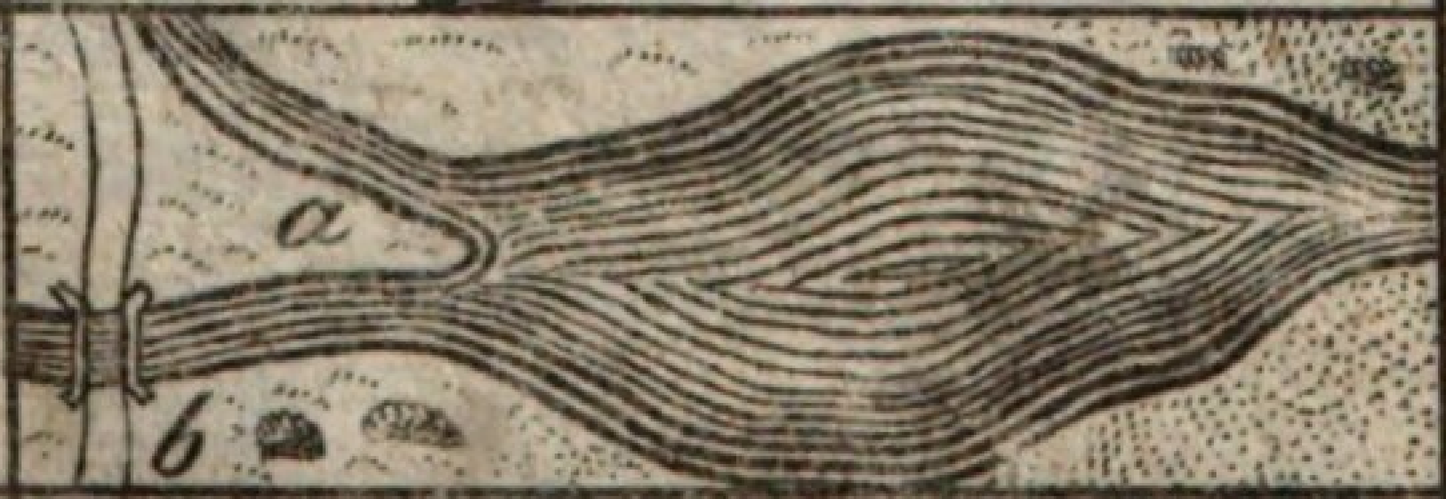
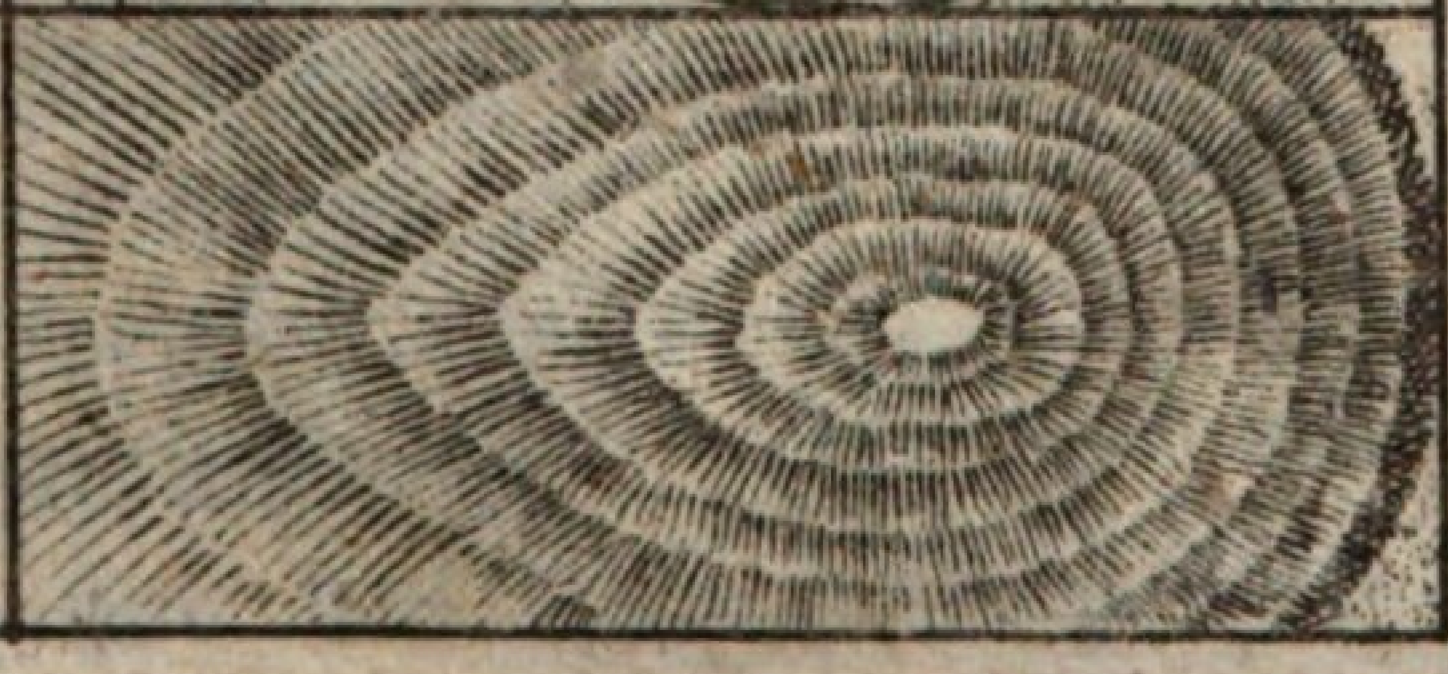
Erklärungen.

1) Der geometrische Plan ist die Aufzeichnung einer Fläche mit seinen Zugehörungen nach dem verjüngten Maaßstabe.

2) Da es bei der Ausmessung der Flächen nur auf die Länge und Breite ankömmt, so werden auch die Gebäude und andere körperliche Gegenstände nur nach ihrer Grundfläche dargestellt.

3) Die beigesezte Tabelle zeigt die Darstel-

nach Seite 124.

Felder.	
a Wiesen. b Moos.	
a Kohl b Hopfen } Garten. c Wein	
a Steinerne } Ge- b Hölzerne } bäude c Kirche.	
a Laubholz. b Gebüsch.	
Nadelholz.	
a Landstrasse. b Feldweg. c Fusweg.	
a Flüsse und Teiche. b Brücke.	
Berge.	

lung der verschiedenen Gegenstände, die in einem gewöhnlichen Plane vorkommen.

Anmerkung: Der Anfänger soll sich in der Zeichnung derselben so lange üben, bis er sich darinn eine gewisse Fertigkeit erworben hat. Diejenigen, die in der Landschaftszeichnung nur einige Fortschritte gemacht haben, werden in der Planzeichnung keine Schwierigkeit finden.

§. 85.

Von der Illuminirung der geometrischen Pläne.

1) Sind die Theile mit der Feder richtig gezeichnet, so kann man sie mit derjenigen Farbe überziehen, die sie in der Natur haben. Die Farben, die man hiezu braucht, sind die drei Hauptfarben, als Gelb, Roth, und Blau. Zur gelben Farbe nimmt man Gummigutt, zur rothen Karmin oder feinen Lack, und zur blauen Berlinerblau, welche man überall in kleinen Stängelchen zu kaufen bekömmt.

Aus diesen drei Farben können alle übrigen, für die Planzeichnung nöthigen, hinlänglich gemischt werden. Denn Gelb und Roth giebt Oranie; Gelb und Blau giebt Grün, und Blau und Roth, Violet, welche mit den obigen die Farben des Regenbogens ausmachen. Mischt man alle drei Farben zusammen, so erhält man eine dunkelgraue Farbe.

2) Durch die Beimischung von mehr oder weniger Wasser können die Farben heller oder dunkler gemacht werden, und folglich verschiedene Grade und Abstuffungen erhalten. Eben so erhält man auch von den gemischten Farben ver-

schiedene Abarten, wenn man von einer Farbe mehr als von der anderen beimischt. Denn giebt man der grünen Farbe mehr Blau als Gelb, so wird das Grüne ins Bläulichte oder Meergrüne fallen. Sezt man aber mehr Gelb zu, so erhält man eine gelblicht-grüne Farbe.

3) Zum Schattiren der Gegenstände bedient man sich des Tusches, welchen man mit mehr oder weniger Wasser vermengt, je nachdem man die Schatten stark oder schwach machen will.

4) Die Pinsel, welche man zum Auftragen der Farben gebraucht, sind die sogenannten Haarpinsel, die, wenn sie auch etwas groß sind, sich doch allemal in eine feine Spitze enden, daher die gar kleinen zu nichts dienen. Will man machen, daß eine Farbe oder der Schatten sich nach und nach verliere, wie dieses bei runden Körpern nöthig ist, so kann man zwei Pinsel in einen Stiel verbinden, in den einen die Farbe oder Tusch, und in den andern reines Wasser nehmen. Man legt dann die Tuschfarbe ziemlich naß an, wendet den Pinsel um, berührt mit der äußersten Spitze des Wasser-Pinsels den äußersten Rand der Farbe, und fährt so lange auf und ab, bis die Farbe sich sanft verliert. Es ist aber dabei wohl Acht zu haben, daß man weder zu viele Farbe, noch zu vieles Wasser in den Pinsel nehme, welches die Uebung zeigen muß.

Will man große Flächen mit einer einzigen Farbe überstreichen, so muß diese wohl mit Wasser verdünnt, und von einer Ecke des Umrisses angefangen, bis an das Ende, ohne sie trocknen zu lassen, fortgezogen werden. Denn wird die Farbe tro-

cken, so macht sie Flecken, daher dicke Farben sich nicht wohl gleich anstreichen lassen, und zu großen Flächen unbrauchbar sind. Ueberhaupt soll in der Planzeichnung alles mit ganz leichten Farben angezeigt sein, weil sonst die Pläne ein häßliches Aussehen erhalten.

§. 86.

Von der Beisetzung des verjüngten Maaßstabes und der Weltgegenden.

1) Ist die ganze Zeichnung ausgefertiget, so wird am Ende der verjüngte Maaßstab beigesezt, und auf einem leeren Platze des Papieres die nöthigen Erklärungen beigefügt.

2) Man kann auch die Weltgegenden in die Zeichnung aufnehmen, wenn man die Magnetnadel beim Messen auf eine Linie stellt, und bemerkt, wie viele Grade dieselbe anzeigt, und die nämliche Anzahl von Graden auch durch den Transporteur auf die nämliche Linie der Zeichnung aufträgt. Diese Magnetnadel wird durch die Figur A in der nach Seite 124 beigefügten Tabelle vorgestellt, wovon die Spitze immer gegen Norden oder Mitternacht hinzielt.

Anmerkung: Das öfter genannte geometrische Werk des Herrn Professor Mitterer benützte ich auch gröstentheils in diesem ganzen Hauptstücke.

(Ende).

Nach.

Nachträgliche Verbesserung einiger Druckfehler des ersten Theiles.

Seite	Zeile	von	statt	lese man
24	6	unten	schreib' (weil nun keine höhere Einheiten mehr folgen) 12.	schreib' 1; 9 und 3 ist 12, schreib' (weil nun keine höhere Einheiten mehr folgen) 12.
29	17	oben	hin gehören	hingehören
29	5	unten	ein ander	einander
30	6	unten	größer	kleiner
31	4	oben	enlehnt	entlehnt
33	1	oben	enlehnt	entlehnt
47	12	unten	mitsammeu	mitsammen
52	9	oben	Im vorigen §.	Im §. 34.
89	19	oben	Rindenmarkte	Rindermarkte
96	9	unten	Ausnahm	Ausnahm
103	6	oben	Enlich	Endlich
106	2	unten	die rauhe Mark	auf die rauhe Mark
121	5	oben	nächhöheren	nächsthöheren
125	1	oben	unteraddiren	unter addireu
133	1	oben	9	6
133	16	oben	9	6
142	2	unten	baierischen	baierische
154	5	unten	Werckchens	Werkchens
173	13	unten	of	so
204	1	unten	= ukt	= dukt
272	19	oben	790 fl.	790 fl., sie gewinnen 500 fl.

Staatliche Bibliothek Regensburg

૧૦૮૨ | ૨
૭૭૫
૮૮૪

૫૭૫

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Pack, A.

Anleitung zur Rechenkunst und praktischen Geometrie, in so ferne leztere die Vermessung und Berechnung der Linien und Flächen betrifft zunächst für die Regiments-Schulen der königlich baierischen Armee, und zum Selbstunterrichte
Bd.: 2. Welcher von den Gegenständen der Geometrie, von den Linien, Winkeln und Flächen ... handelt. - 18

Kempten 1824

Regensburg, Staatliche Bibliothek -- 999/Prü.635(1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11113101-9